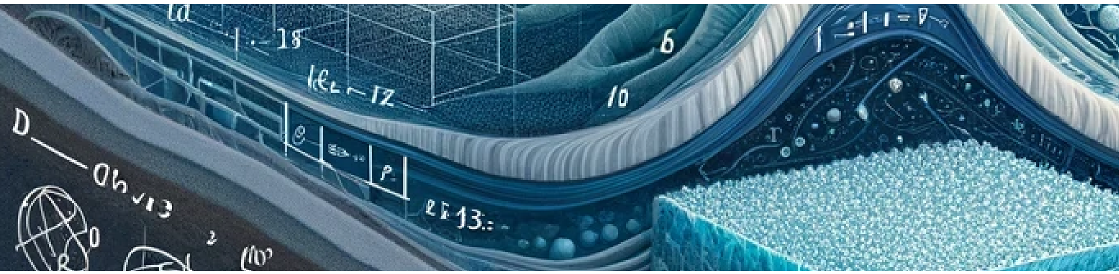
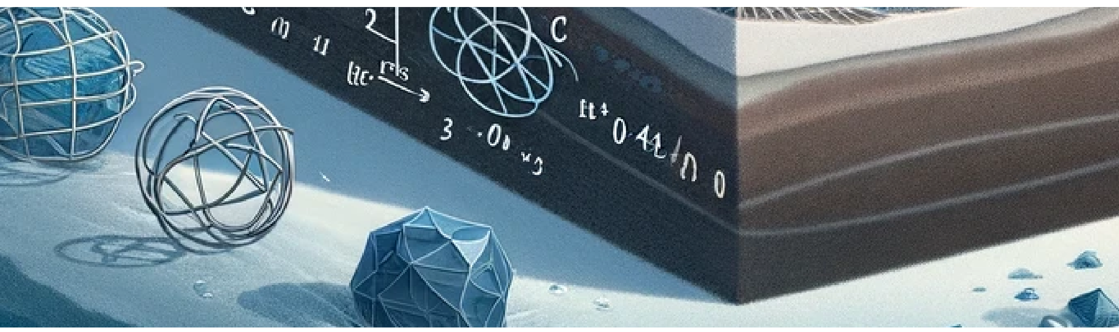
НАУЧНАЯ ШКОЛА ДЛЯ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМАСШТАБНЫХ, МУЛЬТИФИЗИЧНЫХ ПРОБЛЕМ ОСВОЕНИЯ КРИОЛИТОЗОНЫ



ПРОГРАММА / СБОРНИК ТЕЗИСОВ

4 – 9 июня 2024 г.
Якутск, Россия



ОРГАНИЗАТОРЫ

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова
Международная научно-исследовательская лаборатория «Многомасштабное математическое моделирование и компьютерные вычисления»
Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны»

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Председатель:
Эфендиев Ялчин, профессор., TA&MU, США, СВФУ, Якутск
Члены:
Вабищевич Петр Николаевич, д.ф.-м.н., профессор
Головизнин Василий Михайлович, д.ф.-м.н.,профессор
Лаевский Юрий Миронович, д.ф.-м.н., профессор
Цыпкин Георгий Геннадиевич, д.ф.-м.н.
Четверушкин Борис Николаевич, академик РАН
Аветисян Арутюн Ишханович, академик РАН
Шананин Александр Алексеевич, академик РАН
Шайдуров Владимир Викторович, член-корр. РАН
Кабанихин Сергей Игоревич, член-корр. РАН
Василевский Юрий Викторович, член-корр. РАН
Лазарева Галина Геннадьевна, член-корр. РАН
Якобовский Михаил Владимирович, член-корр. РАН
Беляев Алексей Юрьевич, д.ф.-м.н., профессор
Елизаров Александр Михайлович, д.ф.-м.н., профессор
Ильичев Андрей Теймуразович, д.ф.-м.н., профессор
Карчевский Андрей Леонидович, д.ф.-м.н., профессор РАН
Оселедец Иван Валерьевич, д.ф.-м.н., профессор РАН
Осипов Владимир Петрович, к.т.н.
Шаргатов Владимир Анатольевич, д.ф.-м.н., профессор
Яшина Марина Викторовна, д.т.н.
Илиев Олег, Habilitat of sciences, профессор
Цзян Тунсун, PhD, профессор
Хуан Юньцин, PhD, профессор
Су Линдэ, PhD, профессор

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Председатель:
Васильев В.И., академик АН РС(Я), профессор, руководитель гранта РНФ № 23-71-30013
Ответственный секретарь:
Спиридонов Д.А., к.ф.-м.н., отв. исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Члены:
Алексеев В.Н., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Аммосов Д.А., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Аммосов А.В., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Афанасьева Н.М., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Григорьев В.В., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Гуринов А.И., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Иванов Д.Х, к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Калачикова У.С., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Никифоров Д.Я., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Саввин А.В., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Сивцев П.В., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Сивцева В.И., к.ф.-м.н., постдокторант гранта РНФ № 23-71-30013
Тырылгин А.А., к.ф.-м.н., исполнитель гранта РНФ № 23-71-30013
Олесова Т.И., зав. кабинетом кафедры ВТ ИМИ СВФУ

Место проведения: Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Культурный центр СВФУ «Сергеляхские огни», ул. Белинского, 58а, Якутск, Россия.
Сайт конференции: http://multiscalemr.ru/ru/forumforyoung24/

Научная школа для молодых ученых проводится при поддержке СВФУ в рамках гранта РНФ № 23-71-30013.

ПРОГРАММА

1-й день: 4 июня — Вторник **КЦ «Сергеляхские огни»**

14:00 – 14:20	**Приветственные слова:** Николаев А.Н., академик АН РС(Я), ректор СВФУ; Четверушкин Б.Н., академик РАН, заместитель академик-секретаря отделения математических наук РАН, рук. секции прикладной математики и информатики ОМН РАН; Владимиров Л.Н., член-корр. РАН, президент АН РС(Я); Вабищевич П.Н., профессор, зав. кафедрой ВМК МГУ; Присяжный М.Ю., д.г.н., 1-й зам. министра образования и науки РС(Я)
14:20 – 14:50	ЧЕТВЕРУШКИН Борис Николаевич (Москва) *Кинетическая модель для описания турбулентных течений*
14:50 – 15:20	КАБАНИХИН Сергей Игоревич (Новосибирск) *Регуляризация нелинейных эволюционных уравнений и систем*
15:20 – 15:50	ЯКОБОВСКИЙ Михаил Владимирович (Москва) *Суперкомпьютерные вызовы: отказоустойчивость, балансировка нагрузки, инфраструктура*
15:50 – 16:15	КОФЕ-БРЕЙК
16:15 – 16:30	СТЕПАНОВ Сергей *Многомасштабный метод с явно-неявной схемой по времени для нелинейной задачи Стефана*
16:30 – 16:45	АММОСОВ Дмитрий *Вывод и численное решение многоконтинуальной модели Ричардса*
16:45 – 17:15	ШАЙДУРОВ Владимир Викторович (Красноярск) *Численное решение переопределенных и недоопределенных систем квазилинейных алгебраических уравнений*
17:15 – 17:45	ВАСИЛЬЕВ Василий Иванович (Якутск) *О методах численного решения некоторых обратных задач*

2-й день: 5 июня — Среда **КЦ «Сергеляхские огни»**

09:30 – 10:00	АФАНАСЬЕВ Андрей Александрович (Москва) *Влияние эффекта высаливания на приемистость газовой скважины*

10:00 – 10:30	МАРЧЕНКО Михаил Александрович (Новосибирск) *Применение методов искусственного интеллекта в химии*
10:30 – 11:00	ИЛЬИЧЕВ Андрей Теймуразович (Москва) *Траектории частиц жидкости в поле поверхностных 1:1 резонансных волновых структур в жидкости подо льдом*
11:00 – 11:15	КОФЕ-БРЕЙК
11:15 – 11:45	ШИШЛЕНИН Максим Александрович (Новосибирск) *Электроакустическая томография: математическое моделирование, обратные задачи и машинное обучение*
11:45 – 12:15	ЯШИНА Марина Викторовна (Москва) *О свойствах клеточных автоматов при моделировании транспортных потоков*
12:15 – 12:30	СПИРИДОНОВ Денис *Многомасштабное математическое моделирование для двухконтинуальной ненасыщенной задачи фильтрации с онлайн коррекцией*
12:30 – 12:45	ГРИГОРЬЕВ Василий *Многоконтинуальный подход для решения обратных многомасштабных задач*
12:45 – 14:00	ОБЕД
14:00 – 14:30	ЛАЕВСКИЙ Юрий Миронович (Новосибирск) *Неизотермическая фильтрация: двухтемпературная модель*
14:30 – 15:00	СИДНЯЕВ Николай Иванович (Москва) *Проблемы численного моделирования газофазных реагирующих химических потоков*
15:00 – 15:30	НАСЕДКИН Андрей Викторович (Ростов-на-Дону) *Конечно-элементный анализ эффективности работы ультразвуковых преобразователей из композитной пьезокерамики в акустической среде*
15:30 – 15:45	КОФЕ-БРЕЙК
15:45 – 16:15	МУРАВЛЕВА Екатерина Анатольевна (Москва) *Примеры использования машинного обучения в математическом моделировании*
16:15 – 16:30	ТЫРЫЛГИН Алексей *Multiscale model reduction for the time fractional thermoporoelasticity problem in fractured and heterogeneous media*

16:30 – 16:45	ВАН Ган *Color image watermarking scheme based on singular value decomposition of split quaternion matrices*
16:45 – 17:00	КАЛАЧИКОВА Уйгулаана *Обобщенный многомасштабный метод конечных элементов для уравнения упругих волн в многоконтинуальной среде*
17:00 – 17:15	КОРНИЕВСКИЙ Александр *Сравнение механических свойств высокопористых регулярных структур, составленных из ячеек различного типа*
17:15 – 17:30	СИВЦЕВА Вера *Аппроксимация волн Россби по спутниковым температурным данным*

3-й день: 6 июня — Четверг **КЦ «Сергеляхские огни»**

09:30 – 10:00	ЦЫПКИН Георгий Геннадьевич (Москва) *Переходы к неустойчивости течений в пористых средах*
10:00 – 10:30	ЛАЗАРЕВА Галина Геннадьевна (Москва) *Математическая модель эрозии материала дивертора при импульсном нагреве*
10:30 – 11:00	ГОЛОВИЗНИН Василий Михайлович (Москва) *Пространственно-временная инверсия при численном решении уравнений гиперболического типа*
11:00 – 11:15	КОФЕ-БРЕЙК
11:15 – 11:45	БЕЛЯЕВ Алексей Юрьевич (Москва) *Качественные оценки для решений уравнений фильтрации в неоднородных пористых средах*
11:45 – 12:15	ПЯТКОВ Сергей Григорьевич (Новосибирск) *Обратные задачи определения коэффициента теплообмена и других теплофизических параметров по граничным интегральным данным*
12:15 – 12:45	КОЖАНОВ Александр Иванович (Новосибирск) *Задача Ионкина и некоторые ее обобщения для дифференциальных уравнений в частных производных*
12:45 – 14:00	ОБЕД

14:00 – 14:30	ВОЛКОВ Юрий Степанович (Новосибирск) *Алгоритмы построения интерполяционных сплайнов и сходимости*
14:30 – 15:00	ОСИПОВ Владимир Петрович *Гибридный интеллект и самообучающиеся системы диагностики состояния объектов инфраструктуры в районах Крайнего Севера*
15:00 – 15:30	ШИРОКОВ Дмитрий Сергеевич (Москва) *О сингулярном разложении в алгебрах Клиффорда*
15:30 – 15:45	КАРАНДЕЕВ Александр (Москва) *О надежности и безопасности технологий распознавания образов с помощью нейронных сетей*
15:45 – 16:00	ИВАНОВ Дьулус *Численное восстановление нестационарного множителя правой части уравнения аномальной диффузии*
16:00 – 16:15	КОФЕ-БРЕЙК
16:15 – 16:30	АЛЕКСЕЕВ Валентин *Использование явно-неявной дискретизации в частичном обучении для решения многоконтинуальных/многомасштабных задач переноса в перфорированной области*
16:30 – 16:45	ГО Чжэньвэй *A novel color face recognition and reconstruction scheme based on split quaternion principal component analysis*
16:45 – 17:00	ИЛЬИНА Кюнней *Математическое моделирование распространения клеток в организме с помощью уравнения реакции-диффузии*

4-й день: 7 июня — Пятница **КЦ «Сергеляхские огни»**

09:30 – 10:00	ВАСИЛЕВСКИЙ Юрий Викторович (Москва) *Выделение связных компонент порового пространства и частичная задача на собственные значения*
10:00 – 10:30	ЦЗЯН Тунсун (Китай) *Algebraic algorithms for four-dimensional algebra matrix models and applications*

10:30 – 11:00	ПЕНЕНКО Алексей Владимирович (Новосибирск) *Усвоение данных и решение обратных задач на основе операторов чувствительности для многомерных моделей адвекции-диффузии-реакции*
11:00 – 11:15	КОФЕ-БРЕЙК
11:15 – 11:45	КАРЧЕВСКИЙ Андрей Леонидович (Новосибирск) *Совместное решение задачи продолжения поля и обратной задачи*
11:45 – 12:00	НИКИФОРОВ Дьулустан *Бессеточный обобщенный многомасштабный метод экспоненциального интегрирования для параболической задачи*
12:00 – 12:15	ЧЖАН Дун *On singular value decomposition and generalized inverse of a commutative quaternion matrix and applications*
12:15 – 12:45	ВАБИЩЕВИЧ Петр Николаевич (Москва) *Вычислительная технология декомпозиции и композиции для нестационарных задач*
12:45 – 14:00	ОБЕД
15:45 – 16:00	ХУАН Цзян *Numerical discretization of a darcy-forchheimer flow with variable density and heat transfer*
16:00 – 16:30	ПЕТРОВ Игорь Борисович (Москва) *Численное моделирование индустриальных процессов в Арктической зоне*

5-й день: 8 июня — Суббота **ГУК 134**

11:00 – 13:00	Семинар для молодых ученых: Цыпкин Г.Г. “Построение математической модели замораживания ненасыщенного грунта, учитывающей влияние капиллярных сил и силы тяжести”
13:00 – 14:00	ОБЕД
14:00 – 16:00	Семинар для молодых ученых: Лаевский Ю.М. “Математическая модель неизотермической фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости”

6-й день: 9 июня — Воскресение **ГУК 134**

11:00 – 13:00	Семинар для молодых ученых: Головизнин В.М. “Математическое моделирование неустойчивостей подземных течений флюидов”
13:00 – 14:00	ОБЕД
14:00 – 16:00	Семинар для молодых ученых: Вабищевич П.Н. “Вычислительная технология декомпозиции и композиции для приближенного решения нестационарных задач”

Секция «Неклассические задачи уравнений математической физики»

2-й день: 5 июня — Среда **Академия наук РС(Я)**

14:00 – 14:30	БУДАЖАПОВ Лубсан-Зонды Владимирович *Кинетика процессов трансформации азота в мерзлотных почвах Азиатской России*
14:30 – 14:45	ЕГОРОВ Иван Егорович *О быстроте сходимости метода регуляризации к решению первой краевой задачи для параболического уравнения с меняющимся направлением времени*
14:45 – 15:00	ЛАЗАРЕВ Нюргун Петрович *Обратная задача о расположении конечного числа жестких включений для модели о контакте неоднородного трехмерного тела*
15:00 – 15:15	ПОПОВА Татьяна Семеновна *О моделировании объемного жесткого включения в двумерном упругом теле при наличии отслоения*
15:15 – 15:30	ПОПОВ Сергей Вячеславович *О противоположных спутных потоках с общими условиями сопряжения*
15:30 – 15:45	Федоров В.Е., Ефимова Е.С. *Разрешимость нелокальной краевой задачи с интегральным граничным условием по времени для уравнения смешанного типа*
15:45 – 16:00	КОФЕ-БРЕЙК

16:00 – 16:15	Неустроева Л.В., Шморган С.А. *Обратные задачи определения определения точечного источника*
16:15 – 16:30	ЕВСЕЕВ Федор Александрович (Новосибирск) *О некоторых свойствах решений квазигидродинамической системы уравнений*
16:30 – 16:45	ПОТАПКОВ А.А., Пятков С.Г. *О некоторых классах коэффициентных обратных задач об определении теплофизических параметров в слоистых средах*
16:45 – 17:00	ПОПОВ Николай Сергеевич *О нелокальных интегро-дифференциальные задачах многомерных диффузионных процессов*
17:00 – 17:15	КАРДАШЕВСКИЙ Анатолий Михайлович *Идентификация младшего коэффициента уравнения аномальной диффузии*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯВНО-НЕЯВНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ В ЧАСТИЧНОМ ОБУЧЕНИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОКОНТИНУАЛЬНЫХ/МНОГОМАСШТАБНЫХ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА В ПЕРФОРИРОВАННОЙ ОБЛАСТИ

Алексеев В. Н.[1], Калачикова У. С.[1]
[1] *Северо-Восточный Федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*
alekseev.valen@mail.ru, lanasemna@mail.ru

В данной работе рассматривается задача течения и переноса в перфорированных областях. Математическая модель описывается уравнением конвекции-диффузии и уравнениями Стокса в связанных двухконтинуальных пористых средах. Наш метод основан на гибридном явно-неявном (HEI) обучении для решения задачи переноса. Мы используем метод конечных элементов со стандартными линейными базисными функциями для пространственной аппроксимации для концентрации и смешанный метод конечных элементов для уравнения Стокса. Основная идея нашего метода заключается в частичном обучении отдельных степеней свободы концентрации высокопроводящей среды (неявной части переноса). Мы обучаем глубокую нейронную сеть (ГНС) для получения значений неявной части концентрации в определенных точках пространства и времени. Затем мы используем метод дискретной эмпирической интерполяции (DEIM) и правильную ортогональную декомпозицию (POD) для восстановления полных неявных частей и выполнения линейной интерполяции во времени. Таким образом, мы рассматриваем концентрацию высокопроводящего континуума как известную функцию и используем ее для нахождения концентрации другого континуума. Мы представляем численные результаты для двумерной модельной задачи, которые показывают, что наш метод обеспечивает быстрые и точные прогнозы.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТАЦИИ ПРИРОДНОГО ГАЗА

Аммосов А. В.
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К.Аммосова, Якутск, Россия; albertdobun@gmail.com

Математическая модель извлечения природного газа из коллектора описывается взаимосвязанной нелинейной системой дифференциальных уравнений с частными производными. Она базируется на фундаментальных законах сохранения массы и энергии, закона Дарси, уравнения состояния реального газа с коэффициентом сверхсжимаемости газа, определяемым по эмпирической формуле Латонова-Гуревича. Следует отметить, что закон сохранения энергии описывает несколько физических процессов: кондуктивный и конвективный теплоперенос и эффект Джоуля - Томсона и адиабатическое расширение, присущие природному газу [1–2].

Таким образом, для прогнозирования динамики изменения полей температуры и давления природного целесообразно использовать численные методы. Здесь используется методы конечных разностей и конечных элементов. В методе конечных разностей сложности встречающиеся при решении наиболее эффективно преодолеваются с помощью метода расщепления по физическим процессам. А для метода конечных элементов мы используем вычислительную библиотеку FEniCS на языке программирования Python.

Обсуждаются результаты вычислительного эксперимента, полученные при численной реализации осесимметричной модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 23-71-30013.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бондарев Э. А., Васильев В. И., Воеводин А. Ф. и др.* Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа. — Новосибирск: Наука: Сиб. отделение, 1988.
2. *Васильев В. И., Попов В. В., Тимофеева Т. С.* Вычислительные методы в разработке месторождений нефти и газа. — Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000.

ВЫВОД И ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МНОГОКОНТИНУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ РИЧАРДСА

Аммосов Д.А.[1], Степанов С.П.[1], Спиридонов Д.А.[1], Li W.[2]
[1]*Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, г. Якутск, Россия;*
dmitryammosov@gmail.com
[2]*Texas A&M University, College Station, USA*

В данной работе используется подход многоконтинуального усреднения для вывода многоконтинуальной модели Ричардса. Для этого формулируются специальные задачи на ячейках с ограничениями в расширенных представительных элементах. Первая задача учитывает градиентные эффекты. Вторая задача необходима для учета различных средних значений. На основе решений задач на ячейках производится разложение искомой функции по континуумам. С помощью данного разложения и некоторых предположений выводятся многоконтинуальные уравнения Ричардса. Численные результаты представлены для случая разделяющихся коэффициентов. В численных экспериментах сначала исследуется взаимосвязь между проницаемостью и эффективными свойствами, а затем решаются модельные задачи с различным контрастом.

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ВЫСАЛИВАНИЯ НА ПРИЕМИСТОСТЬ ГАЗОВОЙ СКВАЖИНЫ

Афанасьев А. А.[1], Гречко С. С.[1]
[1]*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия;*
afanasyev@imec.msu.ru

Увеличивающийся градус дискуссий об изменении климата стимулирует разработку стратегий развития с низкими выбросами парниковых газов. Перспективным способом снижения воздействия человека на природу является технология размещения парниковых газов, в частности CO_2, в проницаемых недрах Земли. Она предполагает закачку миллионов тон CO_2 в геологические пласты с целью его долгосрочного хранения и утилизации. Пласты, насыщенные соленой водой, являются перспективными геологическими объектами для такого хранения газа [1].

В работе рассматривается нагнетание углекислого газа в геологический пласт, насыщенный соленой водой [2]. Предполагается, что нагнетание ведется через вертикальную скважину, предварительно простимулированную с помощью закачки конечного объема пресной воды. В осесимметричной постановке проводится численное моделирование развития процесса высаливания и отложения соли в призабойной зоне скважины. Сопутствующее уменьшение проницаемости приводит к снижению приемистости скважины, то есть к снижению темпа закачки CO_2. В докладе будет показано, что капиллярный противоток воды к скважине может значительно интенсифицировать отложение соли по сравнению со случаем малого влияния капиллярного давления. В ряде случаев капиллярный противоток воды может приводить к полной закупорке порового пространства и снижению проницаемости и приемистости скважины до нуля. Вводится капиллярное число, характеризующее интенсивность процессов противотока воды и отложения соли. Показано, что существует критическое значение капиллярного числа, разделяющее два принципиально различных режима закачки CO_2 в пласт. При сверхкритических капиллярных числах поток газа от скважины не может быть перекрыт отложением соли, хотя приемистость скважины в этом случае монотонно снижается со временем. В таких режимах скважина может эксплуатироваться неограниченно долго. При докритических капиллярных числах условие полной блокировки потока газа и сопутствующее снижение приемистости скважины до нуля достигается за конечный интервал времени. Исследуется возможность стимулирования скважины с помощью закачки пресной воды для снижения воздействия эффекта высаливания. Показано, что такое стимулирование позволяет только отложить во времени момент полной закупорки порового пространства, но не позволяет полностью его исключить. Полученные оценки для критического капиллярного числа могут быть полезны для прогнозирования значений приемистостей скважин, использующихся для закачки CO_2, и предотвращения развития ситуаций с полной блокировкой потока газа.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект №19-71-10051).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Afanasyev A., Penigin A., Dymochkina M., et al.* Reservoir simulation of the CO_2 storage potential for the depositional environments of West Siberia // Gas Sci. Eng., 2023, V. 114, 204980.
2. *Afanasyev A., Grechko S.* Analytical expression for the skin factor of the salt deposition zone around a CO_2 injection well: Extension to the case of ternary miscible displacement // Geoenergy Sci. Eng. 2023, V. 228. P. 212036.

КАЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ФИЛЬТРАЦИИ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Беляев А.Ю.
Институт водных проблем РАН, Москва, Россия; `beliaev@iwp.ru`

Наиболее серьезная проблема в прикладных задачах гидрогеологии состоит в отсутствии достаточной информации о пространственном распределении фильтрационных параметров. Чаще всего известными являются не сами параметры, а диапазоны их возможных значений. В этой ситуации максимум, на что можно рассчитывать, решая уравнения фильтрации, это построение оценок для решений или их компонент. Инженерные подходы к обоснованию таких оценок обычно опираются на предположение о монотонной зависимости решений от параметров. В докладе приводятся примеры задач, в которых такая монотонность строго доказывается, а также контрпримеры, когда вопреки ожиданиям монотонность отсутствует.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ДЕКОМПОЗИЦИИ И КОМПОЗИЦИИ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ

Вабищевич П. Н.[1]
[1]*МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия;* vab@cs.msu.ru

Схемы расщепления базируются на известном аддитивном представлении оператора задачи. При этом переход на новый слой по времени при приближенном решении нестационарных задач осуществляется решением эволюционных задач для отдельных операторных слагаемых. В настоящее время построены различные классы двух- и трехслойных аддитивных операторно-разностных схем (схем расщепления) при заданном аддитивном расщеплении оператора задачи.

Мы можем рассматривать схемы расщепления как вычислительную технологию декомпозиции (анализа) задачи и композиции (синтеза) решения. На этапе декомпозиции выполняется аддитивное представление оператора(ов) задачи на более простые операторы, а на этапе композиции — строится приближенное решение задачи из решений задач для отдельных операторных слагаемых на основе специальных аппроксимаций по времени.

Мы развиваем общий подход к построению аддитивной декомпозиции операторов задачи при приближенном решении задачи Коши для эволюционных уравнений в гильбертовых конечномерных пространствах. Ключевая идея связана с использованием аддитивного представления единичного оператора в соответствующих пространствах. На этапе композиции используются аддитивные операторно-разностные схемы.

ВЫДЕЛЕНИЕ СВЯЗНЫХ КОМПОНЕНТ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА И ЧАСТИЧНАЯ ЗАДАЧА НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Василевский Ю. В.[1], Малясов С. Ю.[2]
[1]*ИВМ РАН, Москва, Россия;* e-mail1@address1
[2]*НТУ «Сириус», Сочи, Россия;* malyasov.sy@talantiuspeh.ru

Мы покажем, что для некоторой задачи на собственные значения собственный вектор с минимальным положительным собственным значением имеет почти постоянные значения в связной компоненте порового пространства, причем эти значения различны в различных каналах. Этот факт позволит идентифицировать все связные компоненты порового пространства для моделирования фильтрационных испытаний керна.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Maliassov S. Yu., Vassilevski Yu. V.* Extracting connectivity paths in digital core images using solution of partial minimum eigenvalue problem // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2023, V. 38(6), P. 373-380.

О МЕТОДАХ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Васильев В.И.

ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», Якутск, Россия; vasvasil@mail.ru

В докладе речь пойдет о методах решения дискретных аналогов некоторых обратных задач дифференциальных и интегральных уравнений. Дискретными аналогами линейных как прямых, так и обратных задач для дифференциальных и интегральных уравнений с частными производными служат системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Как правило, матрицы СЛАУ, аппроксимирующих обратные задачи с условиями переопределения, являются «плохо обусловленными», но не всегда, это зависит от рассматриваемой обратной задачи.

Для численной реализации СЛАУ с плохо обусловленными матрицами целесообразно пользоваться итерационными методами, желательно, вариационного типа. К таким СЛАУ приводят, например, дискретные аналоги интегральных уравнений, ретроспективных обратных задач, коэффициентных обратных задач, в которых идентифицируемые функции зависят от пространственных переменных [1, 2]. Есть и обратные задачи, дискретные аналоги которых приводят к СЛАУ с хорошо обусловленными матрицами, их решение можно осуществлять с помощью прямых методов [3]. К классу таких обратных задач, например, относятся обратные задачи с неизвестными коэффициентами, зависящими от времени и граничные обратные задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского научного фонда № 23-7130013 и № 23-41-00037.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н., Васильев В. И.* Итерационное решение ретроспективной обратной задачи теплопроводности // Математическое моделирование. 1997. Т.9, №5. С. 119 – 127.
2. *Su L.D, Huang J., Vasil'ev V.I., Li A., Kardashevsky A. M.* A numerical method for solving retrospective inverse problem of fractional parabolic equation // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2022. V. 413, 114366.
3. *Вабищевич П. Н., Васильев В. И.* Вычислительная идентификация младшего коэффициента параболического уравнения // Доклады Российской академии наук. 2014. Том 455, № 3. С. 258 – 260.

АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ СПЛАЙНОВ И СХОДИМОСТЬ

Волков Ю. С.[1]

[1]*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия;*

volkov@math.nsc.ru

Практическое построение сплайна заключается в определении параметров (коэффициентов) сплайна, участвующих в его представлении. Для полиномиальных сплайнов условия интерполяции приводят к системе линейных уравнений относительно искомых параметров. Например, в случае кубических сплайнов, которые наиболее распространены, обычно используются представления относительно первой или второй производной в узлах. Реже рассматриваются представления через B-сплайны.

В докладе рассматривается представление в виде разложения какой-либо производной интерполяционного сплайна в базисе из B-сплайнов соответствующей степени [1]. Оказывается, вопрос о хорошей обусловленности системы уравнений для построения интерполяционного сплайна степени $2n-1$ через коэффициенты разложения k-й производной по B-сплайнам эквивалентен вопросу сходимости процесса интерполяции для k-й производной сплайна в классе функций с непрерывной k-й производной. Условия ограниченности проекторов, соответствующих производным порядков k и $2n-1-k$, эквивалентны [2]. Такая же связь имеет место и для сплайнов чётной степени [3].

Работа выполнена в рамках гос. задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2022-0015.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Волков Ю. С.* О построении интерполяционных полиномиальных сплайнов // Сплайн-функции и их приложения. Вычислительные системы, ИМ СО РАН, Новосибирск. 1997, Вып. 159, 1997, С. 3–18.
2. *Волков Ю. С.* Сходимость процессов сплайн-интерполяции и обусловленность систем уравнений построения сплайнов // Матем. сб., 2019, Т. 210(4), С. 87–102.
3. *Волков Ю. С.* Изучение сходимости процессов интерполяции для сплайнов чётной степени // Сиб. матем. ж., 2019, Т. 60(6), С. 1247–1259.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ИНВЕРСИЯ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Афанасьев Н.А., Головизнин В.М., Соловьев А.В.
ИБРАЭ РАН, г. Москва, Россия;

Время в уравнениях в частных производных гиперболического типа ничем не отличается от пространственных переменных. Это позволяет трактовать какую - либо из пространственных переменных как время, а время – как пространственную переменную. При таком обращении явная схема КАБАРЕ, неустойчивая при числах Куранта-Фридрихса-Леви (CFL) , больших единицы, превращается в устойчивую. Неявные безусловно устойчивые разностные схемы, при CFL>2 имеют удручающе плохие дисперсионные характеристики. Это становится критичным для задач с доминирующим сеточным переносом. Пространственно- временная инверсия позволяет устранить эту проблему.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ КВАЗИГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Евсеев Ф. А.
Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Россия;

Научно-аналитический центр рационального недропользования им. В.И. Шпильмана, г. Ханты-Мансийск, Россия; fedor_evseev@rambler.ru

Рассмотрим вопрос о существовании регулярного решения аналога первой начально-краевой задачи для квазигидродинамической системы уравнений в случае слабосжимаемой жидкости:

$$div\,\vec{u} = div\,\vec{w},\ (t,x) \in Q = (0,T) \times G,\ G \subset \mathbb{R}^3,\ \mu = \eta/\rho.$$
$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} - \vec{w}, \nabla)\vec{u} + \frac{1}{\rho}\nabla p = \vec{f} + \mu\Delta\vec{u} + \mu\nabla(div\,\vec{u}) + (\vec{u}, \nabla)\vec{w} + \vec{w}div\,\vec{u}, \quad (1)$$

где G – ограниченная область с границей $\Gamma \in C^2$, вектор $\vec{w}$ определяется по формуле $\vec{w} = \tau((\vec{u}, \nabla)\vec{u} + \frac{1}{\rho}\nabla p - \vec{f})$. Плотность ρ, динамическая вязкость μ и характерное время релаксации τ считаются заданными положительными константам. Векторное поле $\vec{f} = \vec{f}(x,t)$ определяет массовую плотность внешних сил. Система (1) замкнута относительно неизвестных функций – вектора скорости $\vec{u} = \vec{u}(x,t)$ и давления $p = p(x,t)$. Будем искать решение системы (1), удовлетворяющее начальным и граничным условиям, и условиям нормировки, вида:

$$\vec{u}|_S = 0,\ \vec{u}|_{t=0} = u_0,\ \frac{\partial p}{\partial \nu}|_S = f_0(t,x),\ \int_G p(t,x)\,dx = 0 \quad (2)$$

где ν – единичный вектор внешней нормали к Γ.

Система (1) в более общем виде была выведена [1] на основе известной кинетической модели. Детальный анализ свойств этой модели можно найти в монографии [2]. Покажем, что при определенных условиях на данные существует локальное по времени единственное регулярное решение задачи (1)-(2).

Пусть $Q_\gamma = (0,\gamma) \times G$. Для системы (1)-(2) запишем условия на данные:

$$u_0 \in W_p^{2-2/p}(G),\ \vec{u}_0|_\Gamma = 0,\ \vec{f} \cdot \vec{\nu}, f_0 \in L_p(0,T; W_p^{1-1/p}(\Gamma)), \quad (3)$$

$$\vec{f}, div\vec{f} \in L_p(Q), \int_\Gamma f_0(t,x) - \rho\vec{f} \cdot \vec{\nu}\,d\Gamma = 0. \quad (4)$$

Теорема. *Пусть выполнены условия* (3), (4) *и* $r > n+2$. *Тогда найдется постоянная* q_0*, не зависящая от данных задачи* $u_0, \vec{f}, f_0$*, такая что, если* $\|u_0\|_{L_\infty(G)} \leq q_0$*, то на некотором промежутке* $t \in [0, \gamma_0]$ *решение задачи* (1)-(2) *существует, единственно и принадлежит классу* $u \in W_r^{1,2}(Q_\gamma),\ p \in L_r(0,\gamma; W_r^2(G))$.

Рассмотрим граничные условия вида

$$\vec{u}|_S = 0,\ \vec{u}|_{t=0} = u_0,\ \vec{w} \cdot \nu|_S = 0. \quad (5)$$

Определим обобщенное решение задачи (1), (5). Пусть $p_0 \in [1, 3/2]$, $q_0 = 2p_0/(4p_0 - 3)$, $p_1 = 5/4$. Функция $\vec{u} \in L_2(0,T; W_2^1(G)) \cap L_\infty(0,T; L_2(G))$, $p \in$

$L_{p_1}(0,T;W^1_{p_1}(G))$ такая, что $u_t \in L_{p_1}(0,T;W^{-1}_{p_1}(G))$, $\frac{\nabla p}{\rho} + (\vec{u},\nabla)\vec{u} \in L_2(Q)$, удовлетворяющая (5), называются обобщенным решением задачи (1), (5), если

$$\int_0^T (\vec{u},\nabla\varphi)\,dt = \int_0^T (\vec{w},\nabla\varphi)\,dt, \ \int_0^T \Big[(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t},\vec{\psi}) - ((\vec{u}-\vec{w},\nabla)\vec{\psi},\vec{u}) + \frac{1}{\rho}(\nabla p,\vec{\psi})$$

$$+ \mu(\nabla\vec{u},\nabla\vec{\psi}) + \mu(div\,\vec{u}, div\,\vec{\psi}) + ((\vec{u},\nabla)\vec{\psi},\vec{w})\Big]\,dt = \int_0^T (\vec{f},\vec{\psi})\,dt, \quad (6)$$

для всех функций $\varphi \in L_2(0,T;W^1_2(G))$ с $\int_G \varphi(t,x)\,dx = 0$, $\vec{\psi} \in L_5(0,T;W^1_5(G))$ и $\vec{\psi}|_S = 0$.

Теорема. Пусть $f \in L_2(Q)$, $u_0 \in L_2(G)$. Тогда существует обобщенное решение задачи (1), (5), такое, что $\nabla p, (u,\nabla u)u \in L_{q_0}(0,T;L_{p_0}(G))$ для любого $p_0 \in [1,3/2]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Elizarova T. G., Chetverushkin B. N.* On a computational algorithm for the calculation of gas-dynamic flows // Doklady. 1984. V. 29. P. 907–909.
2. *Шеретов Ю. В.* Регуляризованные уравнения гидродинамики // Тверь: Тверской гос. ун–т. 2016. 222 с.

О БЫСТРОТЕ СХОДИМОСТИ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ К РЕШЕНИЮ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С МЕНЯЮЩИМСЯ НАПРАВЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ

Егоров И.Е.

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия;

ivanegorov51@mail.ru

Впервые М.Жевре [1] исследовал первую краевую задачу для параболического уравнения второго порядка с меняющимся направлением времени. В дальнейшем результаты работы [1] обобщались на другие неклассические уравнения нечетного порядка по времени [2-4]. В работе [3] установлено существование единственного решения первой краевой задачи в весовом пространстве Соболева для уравнения третьего порядка по времени, когда коэффициент при третьей производной по времени может менять знак на основаниях цилиндрической области.

Сначала в данном докладе рассматривается разрешимость первой краевой задачи для параболического уравнения второго порядка с меняющимся направлением времени в весовом пространстве Соболева [4]. При определенных условиях на коэффициенты уравнения получена весовая оценка сходимости метода специальной регуляризации [3,4] к решению первой краевой задачи через параметр регуляризации. При более сильных условиях на коэффициенты и правую часть исходного уравнения доказано существование единственного регулярного решения первой краевой задачи. В этом случае, получена невесовая оценка сходиомсти обычной регуляризации [2] через параметр регуляризации.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания (НИР № FSRG-2023-0025).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gevrey M.* Sur les equations aux derivees partielles du type parabolique // J. de Math., 1914. V. 10(6). P. 105–148.
2. *Егоров И.Е., Федоров В.Е.* Неклассические уравнения математической физики высокого порядка. Новосибирск: Вычислительный центр СО РАН, 1995.
3. *Артюшин А.Н.* О регулярной разрешимости краевой задачи для уравнения третьего порядка с меняющимся направлением эволюции в весовых пространствах Соболева // Сибирские электронные матем. известия. 2019. Т. 16. С. 2003–2012.
4. *Michiye N. Popova* A boundary value problem for a second order forward-backward parabolic equation. AIP Conf. Proc. 5 March 2021; V. 2328(1). P. 020005.

ЧИСЛЕННОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО МНОЖИТЕЛЯ ПРАВОЙ ЧАСТИ УРАВНЕНИЯ АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ

Иванов Д. Х.[1], Васильев В. И.[2],

[1]*ЯО РНОМЦ «Дальневосточный центр математических исследований», Якутск, Россия;* djulus.ivanov@yandex.ru

[2]*ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», Якутск, Россия;* vasvasil@mail.ru

Рассматривается уравнение субдиффузии в ограниченной области. В отличие от классического уравнения диффузии, вместо частной производной по времени применяется дробная производная Герасимова-Капуто порядка α $(0 < \alpha < 1)$. Для ее аппроксимации используется традиционная линеаризация, и начально-краевая задача для уравнения субдиффузии решается с помощью неявной конечно-разностной схемы. Для восстановления зависящей от времени множителя правой части предложен вычислительный алгоритм на основе специальной декомпозиции дискретного аналога задачи на две сеточные эллиптические задачи. Неизвестный множитель итерационно уточняется на каждый временной слой по дополнительной информации, заданной во внутренней точке. На модельных одномерных задачах приводятся возможности предложенного алгоритма.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, соглашение от 28.02.2024 № 075-02-2024-1441.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КЛЕТОК В ОРГАНИЗМЕ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ

Ильина К. П.

ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова, Якутск, Россия; ilina_kunnei@mail.ru

Распространение клеток в организме играет ключевую роль во многих физиологических процессах, таких как заживление ран [1], иммунный ответ, развитие органов и распространение раковых клеток. Уравнение Колмогорова-Петровского-Пискунова-Фишера представляет собой одно из наиболее распространенных уравнений реакции-диффузии. Методология реакции-диффузии описывает распределения клеток в пространстве и времени, учитывая их взаимодействие и динамику роста.

В данной работе исследуется численное моделирование распространения клеток в организме с использованием математической модели на основе уравнения реакции-диффузии Ф-К. Основной задачей является изучение и разработка математической модели для описания динамики распространения клетки в прямоугольной области (участок ткани в организме). Для моделирования рассматриваем прямоугольную область ткани в организме, что позволяет сосредоточиться на механизме клеточного распространения. Для реализации моделирования распространения клеток в организме будет проведено численное моделирование. Разработанная численная модель в дальнейшем послужит основой для разработки и численного моделирования новых методов управления процессами клеточной динамики в организме.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 23-71-30013.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Habbal A., Barelli H., Malandain G.* Assessing the ability of the 2D Fisher–KPP equation to model cell-sheet wound closure // Mathematical Biosciences. 2014, V. 252, P. 45–59.

ТРАЕКТОРИИ ЧАСТИЦ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ 1:1 РЕЗОНАНСНЫХ ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР В ЖИДКОСТИ ПОДО ЛЬДОМ

Ильичев А. Т.[1], Савин А. С.[2]

[1]*Математический ин-т им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия;* ilichev@mi-ras/ru

[2]*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия;* assavin@list.ru

Рассматривается слой жидкости конечной глубины, описываемый двумерными уравнениями Эйлера. Ледяной покров моделируется геометрически нелинейной упругой пластиной Кирхгоффа-Лява. Траектории частиц жидкости под ледяным покровом находятся в поле нелинейных поверхностных бегущих волн малой, но конечной амплитуды. Эти волны свидетельствуют либо о фокусирующих, либо о дефокусирующих свойствах данной среды. А именно, рассматриваются либо уединенный волновой пакет (монохроматическая волна под огибающей, скорость которой равна скорости этой огибающей), либо так называемый темный солитон (бегущая волна, являющаяся нелинейным продуктом боры и периодической волны). В анализе используются явные асимптотические выражения для решений, описывающих волновые структуры на границе раздела вода-лед, такие как уединенный волновой пакет и темный солитон, а также асимптотические решения для поля скоростей в толще жидкости, генерируемого этими волнами [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Il'ichev A. T., Savin A. S., Shashkov A. Yu.* Motion of liquid particles in the field of 1:1 resonance nonlinear wave structures in a fluid beneath an ice cover // Int. J. Non-Linear Mech., 2024, V. 160(104665).

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

Кабанихин С.И.
Институт математики им. С.И. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия;
ksi52@mail.ru

Мы рассмотрим два подхода к исследованию и численному решению нелинейных эволюционных уравнений и систем.

Во-первых, это метод обратной задачи рассеяния, который позволяет интегрировать при помощи линейных процедур нелинейные уравнения (Шредингера, Кортевега-де-Вриза, Кадомцева-Петвиашвили и многие другие). Решение этих задач, в том числе и обратных задач (спектральных, динамических, рассеяния) можно свести к линейным процедурам, решая связанные с ними линейные уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна-Марченко.

Во-вторых, будет рассмотрен проекционно-разностный метод, который позволяет сводить задачи к нелинейным интегральным (в смысле Бохнера) уравнениям Вольтерра

$$q(x) = f(x) + \int_0^x (K_x q)(\tau) d\tau, \quad x \in S,$$

в пространстве $C([0,T],X)$ функций $q(z)$, z из $[0,T]$ с значениями в некотором банаховом пространстве X. При достаточно общих предположениях можно доказать , что решение эволюционных нелинейных задач обладает «локальной корректностью» и «корректностью в окрестности точного решения», а также обосновать сходимость решения конечно-разностных аналогов к точному решению задачи.

О НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНОЛОГИЙ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Карандеев А. А.[1]
[1]*Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Россия*

Актуальность данного исследования обусловлена постоянно растущей потребностью в эффективных и надежных системах распознавания изображений в различных сферах жизни, таких как медицина, безопасность, автоматизация производственных процессов, управление транспортом и многих других. В последнее время все большее внимание приобретает проблема состязательных атак на глубокие нейронные сети и их последствий, которая пока не получила должного решения. Несмотря на то, что глубокие нейронные сети показывают высокие результаты при анализе изображений (задачи классификации, сегментации, обнаружении или детектировании объектов), семантическом анализе текста (определение содержания, выделение смысла), при обработке звука и распознавание речи они оказались весьма ненадежны при эксплуатации в условиях повышенной неопределенности и при наличии искажений во входных данных. В докладе представлены различные способы повышения надежности и безопасности технологий распознавания и предлагаются способы борьбы с вредоносным воздействием. Рассмотрены различные сценарии триггерных атак, основные методы их реализации и последствия подобных атак. Представлены методы поиска триггеров, включая поиск основных характеристик, присущих изображению с триггером, а также новый подход, который способствует улучшению решения задачи распознавания путем использования точек Харриса в качестве дополнительных признаков на изображениях. Это существенно повышает точность классифицирующей модели распознавания. Рассмотренные методы позволяют существенно улучшить возможности системы распознавания в обнаружении и выделении ключевых особенностей объектов, что в конечном счете приводит к более надежным и эффективным результатам при анализе, обработке и классификации данных, а также повышает устойчивость нейросетевой модели.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЛАДШЕГО КОЭФФИЦИЕНТА УРАВНЕНИЯ АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ

Кардашевский А. М.

ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», Якутск, Россия; kardam123@gmail.com

Для обратной задачи определения младшего коэффициента уравнения субдиффузии применен предложенный в работах [1–2] метод декомпозиции для получения системы эллиптических линейных дифференциальных уравнений.

Предлагаем результаты исследования безитерационного метода численного решения обратной задачи идентификации младшего коэффициента уравнения дробной диффузии зависящей от времени. Для дискретизации дробной производной по времени используется формула Капуто. Дополнительное условие задано в виде значения функции во внутренней точке области и как интеграл по области. Представлены результаты численной реализации предложенного метода на тестовых задачах. Восстановление функции и вычисление функции управления вычислены с высокой точностью, но следует отметить высокую чувствительность к шуму исходных данных. По ходу экспериментов не выявлено ограничений на $p(t)$, $u(x,0)$, но условие $p(0)=0$ необходимо. Представлены результаты численной реализации предложенного метода на модельных примерах с точными решениями на разных пространственных и временных сетках и порядка дробной производной по времени. Расчеты показали достаточно высокую эффективность предлагаемого метода.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 2371-30013 и Минобрнауки РФ, соглашение от 28.02.2024 № 075-02-2024-1441.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вабищевич П. Н., Васильев В. И.* Вычислительная идентификация младшего коэффициента параболического уравнения // Доклады Российской академии наук. 2014, Т. 455(3). С. 258–260.
2. *Su L. D, Huang J., Vasil'ev V.I., Li A., Kardashevsky A. M.* A numerical method for solving retrospective inverse problem of fractional parabolic equation // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2022. V. 413, P. 114366.

СОВМЕСТНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОЛЯ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Карчевский А.Л.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Россия
karchevs@math.nsc.ru

Достаточно часто на практике обратные задачи решаются оптимизационным методом. Так же часто на практике параметры среды, подлежащие определению, являются неизвестными не во всей области, где решается прямая задача, а только на её части.

Предлагается вначале решить задачу продолжения поля внутрь области, там, где параметры среды известны, а затем решать обратную задачу в той части области, где они неизвестны и требуется их определение.

В докладе представлено два примера, на которых демонстрируется этот подход. Первая задача — задача мониторинга состояния грунта дорожного полотна, вторая задача — обратная динамическая задача сейсмики по определению упругих параметров тонкослоистой пачки.

Второй пример показывает, что время решения прямой задачи, а, следовательно, и обратной задачи может быть уменьшено в 15–20 раз, а первый пример демонстрирует то, что от оптимизационного метода решения обратной задачи можно отказаться, поскольку для искомых величин получаются аналитические выражения.

Работа выполнена в рамках гос. задания ИМ СО РАН (проект FWNF-2022-0009).

ЗАДАЧА ИОНКИНА И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ ОБОБЩЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Кожанов А.И.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Россия;
Академия наук Республики Саха (Якутия), г. Якутск, Россия kozhanov@math.nsc.ru

В докладе излагаются результаты о разрешимости классической задачи Ионкина [1–3], а также некоторых ее обобщений для различных классов дифференциальных уравнений в частных производных. Суть результатов состоит в том, что задача Ионкина расщепляется на две специальные задачи для соответствующих классов дифференциальных уравнений, разрешимость каждой из которых хорошо известна; имея же разрешимость вспомогательных задач, нетрудно получить разрешимость самой задачи Ионкина, а также некоторых ее обобщений.

Отметим, что метод расщепления, предложенный для доказательств существования решения задачи Ионкина, может быть полезен и в других ситуациях. Например, с его помощью можно изучать асимптотики решений при $t \to \infty$, изучать свойства дополнительной гладкости решений, строить численные алгоритмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ионкин Н. И.* Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Дифференц. уравнения. 1977. Т. 13, № 2. С. 294–304.
2. *Ионкин Н. И.* Об устойчивости одной задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Дифференц. уравнения. 1979. Т. 15, № 7. С. 1279–1283.

3. *Самарский А. А.* О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16, № 11. С. 1925–1935.

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ: ДВУХТЕМПЕРАТУРНАЯ МОДЕЛЬ

Иванов М. И.[1], Кремер И. А.[1], Лаевский Ю. М.[1]

[1] *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия;* laev@labchem.sscc.ru

В нашей недавней статье была рассмотрена однотемпературная вычислительная модель неизотермической фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости [1]. Получение такой модели основано на температурной гомогенизации мультиконтинуальной модели, когда в каждой точке пространства задается несколько температур различных компонентов системы (пористая среда, жидкие фазы) с ньютоновским теплообменом между этими компонентами. При этом предполагалось, что скорость теплообмена существенно превышает все остальные физические процессы, учитываемые в модели (теплопроводность, фильтрация и т. д.), т.е. значения интенсивностей теплообмена стремятся к бесконечности, что приводит к закону сохранения энергии при некоторой общей температуре. В данном докладе этот подход будет применяться только к тепловому взаимодействию жидких фаз, а интенсивность теплообмена между двухфазной жидкостью и пористым каркасом останется конечной. Такой подход был использован при построении теории распространения фронта фильтрационного горения газа [2]. Теоретические и экспериментальные исследования этого процесса показали существенную зависимость скорости распространения фронта горения от интенсивности теплообмена между газовой смесью и пористой средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ivanov M. I., Kremer I. A., Laevsky Yu. M.* Explicit-implicit schemes for non-isothermal filtration problem: single-temperature model // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2024, V. 440, 115639.
2. *Laevskii Yu. M., Babkin V. S., Drobyshevich V. I., Potytnyakov S. I.* Theory of filtrational combustion of gases // Explosion and Shock Waves, 1984, V. 20 (6), P. 591-600.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА О РАСПОЛОЖЕНИИ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА ЖЕСТКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИ О КОНТАКТЕ НЕОДНОРОДНОГО ТРЕХМЕРНОГО ТЕЛА

Лазарев Н. П.[1], Ковтуненко В. А.[2]

[1] *Северо-Восточный Федеральный университет, Якутск, Россия;* nyurgunlazarev@yandex.ru

[2] *University of Graz, Graz, Austria;* victor.kovtunenko@uni-graz.at

Рассмотрена задача о равновесии упругого тела с конечным числом жестких включений. Каждое жесткое включение описывается липшицевой подобластью. Условие Синьорини накладывается на заданной части внешней границы тела и описывает контакт с препятствием. На другой части границы задается однородное условие Дирихле. Обратная задача заключается в определении расположения жестких включений при условии, что известны перемещения на заданной части внешней границы. Установлена непрерывная зависимость решений прямой задачи от вариации параметров расположения включений. Доказана разрешимость обратной задачи. В отличии от ранее изученных задач об оптимальном расположении жестких включений в [1,2], учитывается изменение расположения включения не только за счет параллельных переносов, но и поворотов. Для двумерного случая оптимальное расположение жесткого включения в контактной задаче исследовано в [3].

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания проект No. FSRG-2023-0025.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lazarev N., Itou H.* Optimal location of a rigid inclusion in equilibrium problems for inhomogeneous Kirchhoff-Love plates with a crack // Math. Mech. Solids, 2019, V. 24, P. 3743–3752.
2. *Lazarev N., Rudoy E.* Optimal location of a finite set of rigid inclusions in contact problems for inhomogeneous two-dimensional bodies // J. Comput. Appl. Math., 2022, V. 403, P. 113710.
3. *Lazarev N. P., Sharin E. F., Semenova G. M., Fedotov E. D.* Optimal location and shape of a rigid inclusion in a contact problem for inhomogeneous two-dimensional body // Сиб. электрон. матем. изв. 2022, Т. 19(2). С. 627–638.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭРОЗИИ МАТЕРИАЛА ДИВЕРТОРА ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРЕВЕ

Лазарева Г.Г.
Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; lazareva-gg@rudn.ru

Движение расплава является одним из самых разрушительных последствий развития неустойчивостей на современных установках для изучения термоядерной плазмы. При оплавлении и дальнейшем разогреве материала стенок, лимитеров или дивертора они начинают испаряться. Место контакта расплава и испарённого газа приводит в движение расплав под действием термоэлектрических эффектов из-за большого магнитного поля, необходимого для удержания плазмы.

В докладе представлены результаты моделирования распределения тока в образце вольфрама и испаряемом веществе при нагреве поверхности электронным пучком [1]. Модель в аксиально-симметричной постановке основана на решении уравнений электродинамики и двухфазной задачи Стефана. Проведен анализ модели в упрощенной постановке при постоянных значениях электрического сопротивления и термоэдс в газе и металле. Показан эффект регуляризации уравнения для определения термотоков. Рассмотрен случай переменных значений электрического сопротивления и термоэдс в газе и металле. Для газа использованы приближения и функции распределения по энергии электронов [2]. Представлены результаты расчета температуры [3] в композитном материале. Параметры модели взяты из экспериментов на стенде Beam of Electrons for materials Test Applications (BETA), созданного в ИЯФ СО РАН [4]. Подробное моделирование поможет разобраться в механизмах развития термотоков и позволит разработать методы их подавления.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект №23-21-001344).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lazareva G.G., Popov V.A.* Effect of Temperature Distribution on the Calculation of the Thermal Current in the Mathematical Model of Pulsed Heating of a Tungsten // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2023, V. 44(10), P. 4449–4460.
2. *Lazareva G.G., Popov V.A., Okishev V.A.* Mathematical Model of Current Distribution in a Tungsten Plate during Pulsed Heating // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2024, V. 18(1), P. 93–102.
3. *Lazareva G.G., Arakcheev A.S., Popov V.A.* Mathematical modeling of melting tungsten exposed to pulsed laser beam // Dokl. Math., 2023, V. 107(1), P. 83–87.
4. *Vyacheslavov L.N., Vasilyev A.A., Arakcheev A.S., Cherepanov D.E., Kandaurov I.V., Kasatov A.A., Popov V.A., Ruktuev A.A., Burdakov A.V., Lazareva G.G., Maksimova A.G., Shoshin A.A.* In-situ study of the processes of damage to the tungsten surface under transient heat loads possible in ITER // Journal of Nuclear Materials, 2021, V. 544. P. 152669.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ИЗ КОМПОЗИТНОЙ ПЬЕЗОКЕРАМИКИ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Наседкин А.В.
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия; avnasedkin@sfedu.ru

В докладе представлена общая техника конечно-элементного анализа ультразвуковых преобразователей с активными элементами, выполненными из композитной пьезокерамики. В качестве примера рассматривается фокусирующий многослойный пьезопреобразователь медицинского ультразвука, выполненный из пористой пьезокерамики. Эффективность работы такого излучателя определяется характеристиками фокального пятна при установившихся колебаниях или амплитудами волн давления при нестационарных режимах в окружающей акустической среде.

Полное исследование включает следующие этапы:

– решение задач гомогенизации об определении эффективных модулей композитной пьезокерамики в зависимости от характеристик включений или пор;

– определение электрически активных резонансных частот, которые в пьезоэлектрическом приборостроении называются частотами электрических резонансов и антирезонансов, с вычислением динамических коэффициентов электромеханической связи;

– построение амплитудно-частотных характеристик ненагруженного на акустическую среду преобразователя в окрестности основных рабочих резонансных частот;

– построение амплитудно-частотных характеристик преобразователя с учетом внешней акустической среды в окрестности выбранных рабочих резонансных частот;

– исследование поля давления и фокального пятна во внешней акустической среде на рабочей резонансной частоте;

– решение нестационарной задачи и анализ волн давления при импульсных воздействиях для преобразователя с учетом внешней акустической среды при времени действия импульсов, связанных с длинами волн на резонансных частотах;
– возможные усложнения динамических задач, связанные с учетом демпфирования в акустической среде, а также добавление к преобразователю внешней электрической цепи.

Описываются особенности численного решения задач на каждом из перечисленных этапов по методу конечных элементов, реализованные в пакетах ANSYS и ACELAN. В связи с этим рассмотрены методы решения конечно-элементных задач в статике, в задачах на собственные значения, в задачах об установившихся колебаниях и в нестационарных задачах. Отмечено, что конечно-элементные матрицы для статических задач пьезоэлектричества имеют седловую структуру, а в динамических задачах степени свободы электрического потенциала являются безмассовыми. В связи с этим можно использовать комплекс алгоритмов, работающих с симметричными седловыми матрицами, как было реализовано в пакете ACELAN.

Особо отмечаются подходы учета неоднородности на двух размерных уровнях. На микроуровне неоднородность поляризации моделируется при решении задачи гомогенизации [1], а на макроуровне возможна неоднородность поляризации пьезокерамического материала с эффективными свойствами, связанная с геометрией преобразователя и с расположением его электродированнннных поверхностей. Для пористой пьезокерамики, для пьезокерамики с металлическими включениями и для пьезокерамики с металлизированными поверхностями пор [2, 3] решение задач гомогенизации требует учета экстремальности параметров контраста композита.

Автор выражает благодарность Российскому научному фонду за поддержку (номер гранта 22-11-00302).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наседкин А. В. Наседкина А. А., Толмачева Я. В.* Компьютерная гомогенизация пористых пьезокерамик различной сегнетожесткости при случайной структуре пористости и неоднородности поля поляризации // Вычислительная механика сплошных сред. 2023, Т. 16(4). С. 476–492.
2. *Nassar M. E., Saeed N. A., Nasedkin A.* Determination of effective properties of porous piezoelectric composite with partially randomly metalized pore boundaries using finite element method // Applied Mathematical Modelling, 2023, V. 124, P. 241–256.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Неустроева Л. В., Шморган С. А.
Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Россия;
l_neustroeva@ugrasu.ru; s_shmorgan@ugrasu.ru

Мы рассматриваем параболическое уравнение второго порядка вида

$$Mu = u_t - Lu = f(t,x), \;\; (t,x) \in Q = (0,T) \times G, \tag{1}$$

где $Lu = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(t,x)u_{x_i x_j} - \sum_{i=1}^{n} a_i(t,x)u_{x_i} - a_0(t,x)u$, $G \subset \mathbb{R}^n$ – ограниченная область с границей Γ, $S = (0,T) \times \Gamma$ и $f = \sum_{i=1}^{r} q_i(t)\delta(x - y_j) + f_0$ (δ -

дельта-функция Дирака). Уравнение (1) дополняется начально-краевыми условиями и условиями переопределения:

$$Ru|_S = g,\ u(x,0) = u_0(x),\ u(t,y_j) = \psi_j(t),\ j = 1,2,\ldots,r. \tag{2}$$

где $Ru = u$ или $Ru = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}u_{x_i}\nu_j$ ($\vec{\nu}$ - вектор внешней нормали к ∂G, $\{y_j\}$ – набор точек лежащих в области G. Задача состоит в нахождении решения уравнения (1), удовлетворяющего условиям (2) и неизвестных функций $\{q_i(t)\}$, входящих в правую часть уравнения. Нами показано, что в некоторых модельных ситуациях поставленная задача разрешима. Кроме того, нами предложен численный алгоритм решения задачи на основе метода конечных элементов и проведены численные эксперименты. Часть полученных результатов изложена в работах [1], [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пятков С. Г., Неустроева Л. В.* О разрешимости обратных задач об определении точечных источников // Математические заметки СВФУ. 2022, Т. 22. С. 31-43.
2. *Neustroeva L. V.* On uniqueness in the problems of determining point sources in mathematical models of heat and mass transfer // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика, Механика, Физика, 2022, Т. 14, № 2, С. 31–43.

БЕССЕТОЧНЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ МНОГОМАСШТАБНЫЙ МЕТОД С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Никифоров Д. Я.[1], Аммосов Д. А.[1]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет, Якутск, Россия;* dju92@mail.ru

В докладе предлагается многомасштабный подход, который для аппроксимации по пространству использует бессеточный обобщенный многомасштабный метод (meshfree GMsFEM [1]), а по времени экспоненциальный метод интегрирования [2, 3]. Такой подход обусловлен тем, что методы GMsFEM улучшают пространственную аппроксимацию, с точки зрения эффективности и зависимости от контраста. Однако им требуется достаточно малый шаг по времени из-за проблем со стабильностью используемой дискретизации по времени.

На примере параболической задачи численно показано, что использование экспоненциального интегрирования позволяет в полной мере воспользоваться преимуществами методов GMsFEM с большими шагами по времени.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, соглашение от 28.02.2024 № 075-02-2024-1441.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nikiforov D.* Meshfree generalized multiscale finite element method // Journal of Computational Physics. 2023, V. 474, P. 111798.
2. *Hochbruck M., Lubich C., Selhofer H.* Exponential integrators for large systems of differential equations // SIAM Journal on Scientific Computing. 1998, V. 19(5), P. 1552-1574.
3. *Contreras L. F., Pardo D., Abreu E., Muñoz-Matute J., Díaz C., Galvis J.* An exponential integration generalized multiscale finite element method for parabolic problems // Journal of Computational Physics. 2023, V. 479, P. 112014.

ГИБРИДНЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И САМООБУЧАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ ИНФРАСТРУКТУРЫ В РАЙОНАХ КРАЙНЕГО СЕВЕРА

Осипов В.П.
[1]*Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Россия*

Рассматривается научная проблема снижения уровня неопределенности при оценке рисков эксплуатации и диагностике состояния природно-технических систем (ПТС) в Арктической зоне. Речь идет о новом классе диагностических систем, базирующихся на идеологии применения гибридного интеллекта в сочетании с методами самообучения. Система диагностики ПТС рассматривается как самообучаемая система (СОС), которая обобщает понятие интеллектуального агента, действующего в условиях неполной информации, и который изменяет (адаптирует) свое взаимодействие с внешней средой в зависимости от текущей обстановки и поставленной цели. Для снижения уровня неопределенности при оценке ситуации востребованы методы добычи и интеллектуальной обработки разнородных данных, а также моделирования сложных процессов, в данном случае, математического моделирования экстремального (конфликтного) взаимодействия объектов инфраструктуры с внешней средой (аналогия игры с природой в теории игр). Важную роль в методическом обеспечении системы играют методы искусственного интеллекта и машинного обучения для работы с данными в нечеткой обстановке и выявления информативных (диагностических) признаков, характеризующих состояние исследуемых объектов при экстремальных внешних воздействиях. Сочетание технологий искусственного интеллекта и математического моделирования позволяет применить концепцию гибридного интеллекта для постановки задачи самообучения и адаптации системы диагностики состояния ПТС к изменяющимся условиям эксплуатации в Арктической зоне. Процесс обучения СОС осуществляется как на результатах геофизических исследований свойств многолетнемерзлых грунтов, накопленных за многие годы фактических данных наблюдений за состоянием вечной мерзлоты в условиях потепления климата, а также на результатах математического и когнитивного моделирования взаимодействия СОС с внешней средой в ходе вариантных вычислительных экспериментов. К преимуществам предложенного подхода можно отнести возможность прогнозирования по результатам имитационного моделирования хода развития конфликтного взаимодействия СОС с внешней средой и обоснованный выбор наиболее эффективных решений по противодействию внешним угрозам в зависимости от обстановки.

УСВОЕНИЕ ДАННЫХ И РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ОПЕРАТОРОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ-РЕАКЦИИ

Пененко А. В., Русин Е. В., Емельянов М. К., Пененко В. В.
ФГБУН Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Лаборатория математического моделирования гидротермодинамических процессов в природной среде, г. Новосибирск, Россия; aleks@ommgp.sscc.ru, rev@ooi.sscc.ru, m.emelyanov2@g.nsu.ru, penenko@sscc.ru

Подход на основе ансамблей решений сопряженных уравнений и операторов чувствительности позволяет численно решать широкий спектр обратных задач и задач усвоения данных для многомерных моделей адвекции-диффузии-реакции.

Многомерные модели адвекции-диффузии-реакции применяются в широком спектре прикладных задач, включая задачи моделирования процессов переноса и трансформации примесей в атмосфере и гидросфере, а также процессов роста и развития живых систем. Реалистичные модели обычно требуют задания большого количества априорной информации и существенных вычислительных ресурсов, особенно в режиме обратного моделирования, в частности, для идентификации источников и других параметров моделей по данным наблюдений за функцией состояния.

Для решения задач обратного моделирования с многомерными моделями используется подход на основе операторов чувствительности и ансамблей решений сопряжённых уравнений [1]. Операторы чувствительности обратной задачи конструируются из набора функций чувствительности, которые вычисляются по ансамблю решений сопряжённых уравнений модели. На основе операторов чувствительности формируются семейства квазилинейных операторных уравнений, содержащие неизвестные обратной задачи. Наряду с многомерными нелинейными моделями процессов адвекции-диффузии-реакции, в работе также рассматриваются нелинейные операторы измерений, которые связывают результаты измерений с модельными переменными. Такие операторы измерений возникают, например, в задачах дистанционного зондирования. Полученные квазилинейные операторные уравнения решаются алгоритмами типа Ньютона-Канторовича. Ансамблевый характер алгоритмов допускает их эффективное распараллеливание [2]. Благодаря свойствам квазилинейных операторных уравнений с операторами чувствительности, позволяющим предварительно оценивать результат решения обратной задачи [3], на основе методов машинного обучения реализован гибридный алгоритм по уточнению результатов решения обратной задачи в части учета априорной информации о типе источников [4].

Разработанные алгоритмы решения обратных задач применяются в качестве основы для решения задач усвоения данных, когда новые данные измерений поступают в ходе моделирования. Численные алгоритмы тестируются в реалистичных сценариях оценки качества воздуха на региональном и городском масштабах.

Работа выполнена в рамках гос. задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0003 (в части алгоритмов обратного моделирования для многомерных моделей) и проекта 075-15-2020-787 (в части разработки гибридных алгоритмов).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Penenko A.* Convergence analysis of the adjoint ensemble method in inverse source problems for advection-diffusion-reaction models with image-type measurements // Inverse Problems & Imaging. American Institute of Mathematical Sciences. 2020, V. 14(5). P. 757–782.
2. *Penenko A., Rusin E.* Parallel Implementation of a Sensitivity Operator-Based Source Identification Algorithm for Distributed Memory Computers // Mathematics. 2022, V. 10(23). P. 4522.

3. *Penenko A. et al.* Sensitivity Operator Framework for Analyzing Heterogeneous Air Quality Monitoring Systems // Atmosphere. MDPI AG. 2021. V. 12(12). P. 16971.
4. *Penenko A. et al.* Hybrid Deep Learning and Sensitivity Operator-Based Algorithm for Identification of Localized Emission Sources // Mathematics. MDPI AG. 2023, V. 12(1). P. 781.

О НЕЛОКАЛЬНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧАХ МНОГОМЕРНЫХ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Попов Н. С.
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова», г. Якутск, Россия popovnserg@mail.ru

Пусть Ω — ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей Γ, Q — цилиндр $\Omega\times(0,T)$, $S=\Gamma\times(0,T)$, $f(x,t)$ — заданная в цилиндре $\overline{Q}$ функция, $u_0(x)$ — заданные на множестве $\overline{\Omega}$ функции, $K_i(x,y,t)$ $(i=1,2)$ — функции, заданные при $x\in\overline{\Omega}$, $y\in\overline{\Omega}$, $t\in[0,T]$.

Найти функцию $u(x,t)$ являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}(Au)-\Delta^2 u=f(x,t),\quad Au=\int_0^t N(t-\tau)u(x,\tau)\,d\tau, \tag{1}$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x,0)=u_0(x),\ \ x\in\Omega, \tag{2}$$

$$u(x,t)|_{(x,t)\in S}=\int\limits_{\Omega} K_1(x,y,t)u(y,t)dy|_{(x,t)\in S}, \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial\nu(x)}\right|_{(x,t)\in S}=\left.\int\limits_{\Omega} K_2(x,y,t)u(y,t)dy\right|_{(x,t)\in S}. \tag{4}$$

Методами перехода к нагруженному уравнению с однородными краевыми условиями, продолжения по параметру доказывается регулярная разрешимость краевой задачи (1)–(4) [1,2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Попов Н. С.* О разрешимости краевых задач для многомерных параболических уравнений четвертого порядка с нелокальным граничным условием интегрального вида // Матем. заметки СВФУ. 2016. Т. 23(1). С. 79–86.
2. *Popov N. S.* On solvability of boundary value problems for hyperbolic fourth-order equations with nonlocal boundary conditions of integral type // AIP Conference Proceedings. V. 1907(2017), P. 030008.

О ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ СПУТНЫХ ПОТОКАХ С ОБЩИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ

Попов С. В.[1,2], Попова М. Н.[2]
[1] *ГБУ «Академия наук Республики Саха (Якутия)», г. Якутск, Россия;*
[2] *ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова», г. Якутск, Россия;* guspopov@mail.ru; michiya9797@mail.ru

Краевые задачи для противоположных спутных потоков в случае линейных уравнений (в основном модельных) рассматривались в работах М.С. Боуенди, П. Гривара, К.Д. Пагани, С.А. Терсенова, А.М. Нахушева, Т.Д. Джураева, И.Е. Егорова, Н.В. Кислова, С.Г. Пяткова, А.И. Кожанова, С.В. Потаповой и других авторов.

Рассматриваются такие задачи для параболических уравнений с весовыми условиями сопряжения (склеивания) [1]. В случае непрерывных условий сопряжения разрешимость задач следует из общей теории сингулярных интегральных уравнений с особым ядром, а в случае весовых условий сопряжения разрешимость следует, в том числе, из корректности интегральных уравнений с ядром, однородным степени -1.

Теория сингулярных интегро-дифференциальных операторов на кусочно-ляпуновских кривых, охватывающая классические сингулярные операторы с ядром Коши, интегральные операторы типа Винера-Хопфа (в мультипликативном варианте) и функциональные операторы со сдвигом построена в работах Солдатова А.П. (1991, 2022). Уравнения этого типа возникают в многочисленных приложениях, к ним сводятся эллиптические краевые задачи в кусочно-гладких областях. В работе [2] вместо кусочно-ляпуновской кривой рассмотрен отрезок $[0, 1]$ действительной оси.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Popov S. V.* Parabolic equations with changing time direction and a full matrix of gluing conditions // AIP Conference Proceedings. V. 1907(2017). P. 030009.
2. *Popov S. V., Soldatov A. P.* To the Theory of Singular Integral Equations of Non-Classical Type on a Segment of a Line // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. V. 44(8). P. 3522–3534.

О МОДЕЛИРОВАНИИ ОБЪЕМНОГО ЖЕСТКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ДВУМЕРНОМ УПРУГОМ ТЕЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОТСЛОЕНИЯ

Попова Т. С.[1]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия;*
ptsokt@mail.ru

Рассматривается задача о равновесии двумерного упругого тела с жестким включением, занимающим плоскую подобласть. При моделировании данного включения предполагается, что перемещения его точек являются функциями заданной структуры. Включение частично отслаивается от окружающей упругой матрицы, ввиду чего задача ставится в области с разрезом. На берегах разреза, как на части границы, заданы условия типа неравенств, вследствие чего нелинейность задачи приводит к постановке в форме вариационного неравенства. Для построения алгоритма численного решения используются методы декомпозиции области и множителей Лагранжа. При этом рассматриваются линейные задачи в подобластях и решается задача поиска седловой точки. Для вычисления перемещений жесткого включения, то есть функций заданной структуры, производится разложение пространства в прямую сумму подпространств. Данная процедура составляет вспомогательный алгоритм в итерационном процессе. Примеры численной реализации выполнены с помощью метода конечных элементов в пакете FreeFem++.

О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ

Потапков А. А., Пятков С. Г.
Югорский гос. университет, Ханты-Мансийск, Россия
s_pyatkov@ugrasu.ru, a_potapkov@ugrasu.ru

Мы рассматриваем вопрос о определении вместе с решением краевой задачи правой части специального вида и коэффициентов в параболической системе вида $Mu = u_t + Au = f(t,x), \ \ (t,x) \in Q = (0,T) \times G$, задаем начально-краевые условия и условия переопределения в виде $u|_{t=0} = u_0, \ Bu|_S = g(t,x), < u(t,b_j), e_j >= \psi_j(t), \ j = 1,2,\ldots,s$. где $Bu = u$ или $Bu = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i(t,x) u_{x_i} + \sigma u$, $S = (0,T) \times \partial G$, $\{e_j\}$ - некоторый набор векторов а $\{b_j\}$ - некоторый набор точек, лежащих в G.

Данная работа тесно связана с исследованиями, проведенными в [1–2], как постановкой задачи, так и ее результатами. В обеих работах в качестве граничных данных использовались условия Дирихле, а также граничное условие с производной по нормали.

В нашей работе мы рассмотрели систему параболических уравнений с краевыми условиями, включающими косую производную и условия Дирихле, а также условия сопряжения типа неидеального контакта. В отличие от других исследований, в качестве условий переопределения мы использовали значения некоторых линейных комбинаций координат вектора решения в определенных точках.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Pyatkov S. G.* Identification of thermophysical parameters in mathematical models of heat and mass transfer // Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2022. Т. 9, № 2. С. 52–66.
2. *Пятков С. Г., Соколков О. И.* О некоторых классах коэффициентных обратных задач об определении теплофизических параметров в слоистых средах // Математические заметки СВФУ. 2023. Т. 30, № 2. С. 56–74.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛООБМЕНА И ДРУГИХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ГРАНИЧНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Пятков С. Г.
Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Россия;
Академия наук Республики Саха (Якутия), г. Якутск, Россия;
s_pyatkov@ugrasu.ru

Мы рассматриваем параболическое уравнение второго порядка вида

$$Mu = u_t - Lu = f(x,t), \ \ (x,t) \in Q = G \times (0,T), \tag{1}$$

где $Lu = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} u_{x_i x_j} - \sum_{i=1}^{n} a_i u_{x_i} - a_0 u$, $G \subset \mathbb{R}^n$ – ограниченная область с границей Γ, $S = (0,T) \times \Gamma$. Уравнение (1) дополняется начально-краевыми условиями и условиями переопределения:

$$Ru|_S = g, \ u(x,0) = u_0(x), \ \int_\Gamma u(t,x)\varphi_i(x)\, d\Gamma = \psi_i(t), \ i = 1,2,\ldots,r.$$

где $Ru = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x,t)\nu_i \frac{\partial u}{\partial x_j} + \sigma_0(x,t)(u-\bar{u})$, $\vec{\nu}$ есть единичный вектор внешней нормали и $\bar{u}$ – заданная функция. Задача состоит в нахождении решения уравнения (1), удовлетворяющего условиям (2) и неизвестных функций $\{\alpha_i(t)\}$, входящих в уравнение (1) в качестве коэффициентов или в правую часть или в коэффициент теплопередачи σ_0. Например, в последнем случае коэффициент σ_0 имеет вид $\sigma_0 = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i(t)\Phi_i(x)$, где функции α_i подлежат определению а функции $\{\Phi_i\}$ известны и по сути это некоторый базис. Нами показано, что при выполнении некоторых условий корректности поставленная задача разрешима локально по времени в нелинейном случае и глобально по времени в линейном.

АППРОКСИМАЦИЯ ВОЛН РОССБИ ПО СПУТНИКОВЫМ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ДАННЫМ

Сивцева В. И.

ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», Якутск, Россия; verasivtseva@gmail.com

Волновые процессы различного масштаба играют важную роль в динамике всей атмосферы, являясь одним из механизмов энергообмена между ее слоями. Спутниковые наблюдения предоставляют обширный объем данных для исследований атмосферных волн.

В докладе на основе спутниковых температурных данных (Aura (MLS)) аппроксимируется активность атмосферных волн планетарного масштаба. Планетарные волны часто являются синонимом волн Россби, которые появляются в атмосфере из-за широтного градиента силы Кориолиса, который уравновешивает изменения силы градиента давления. Построение аппроксимирующих функций проводится на основе волнового уравнения Россби. Для определения параметров аппроксимирующих функций используется метод пчелиной колонии.

ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОФАЗНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ ХИМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ

Сидняев Н.И.

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия;

sidnyaev@yandex.ru

В докладе представлены современные подходы моделирования газофазных реагирующих течений основанных на общепринятой системе нестационарных связанных уравнений в частных производных, выражающих законы сохранения массы, импульса и энергии. Эти связанные уравнения описывают высокоскоростное движение газа, химические реакции между основными компонентами и процессы диффузионного переноса, такие, как теплопроводность, вязкость и диффузию. Многие виды задач приводятся к подобным простым на вид уравнениям, дополненным различными начальными и граничными условиями. Материал представлен в докладе в сжатой форме и мало подходит для первоначального ознакомления с предметом. Предложены некоторые подходы к решению жестких уравнений.

Уравнения, используемые для моделирования газофазных реагирующих течений, являются континуальными нестационарными уравнениями для массовой плотности, плотности частиц химических компонентов, плотности импульса и плотности энергии. Цель доклада состоит прежде всего в обзоре этих уравнений для введения системы обозначений, используемых при решении подобного класса задач, а затем в установлении связи каждого члена в уравнении с физическим процессом, существенным для реагирующих гиперзвуковых течений [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сидняев Н.И.* Обтекание гиперзвуковых летательных аппаратов в условиях поверхностного разрушения. М.: Физматлит, 2017. 302 с.

МНОГОМАСШТАБНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ ДВУХКОНТИНУАЛЬНОЙ НЕНАСЫЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ С ОНЛАЙН КОРРЕКЦИЕЙ

Спиридонов Д.А.[1], Хуан Цзян[2]

[1]*Северо-Восточный Федреальный Университет, г. Якутск, Россия;*
d.stalnov@mail.ru

[2]*Xiangtan University, Xiangtan, China;* huangjian213@xtu.edu.cn

В работе исследована модель двухконтинуальной ненасыщенной фильтрации в неоднородных пористых средах с неровной толографией поверхности. Неровная топография поверхности играет решающую роль в описании процесса фильтрации и включает в себя многомасштабные особенности. Математическая модель основана на уравнении Ричардса с граничным условием Робина для границы неровнной поверхности. Онлайн обобщенный многомасштабный метод конечных элементов (Online GMsFEM) используется для аппроксимации на грубой сетке. Создаются многомасштабные базисные функции, учитывающие мелкомасштабные неоднородности. Дополнительные базисные функции строятся для учета влияния граничных условий на неровной границе области. Мы представляем построение онлайн многомасштабных базисных функций, основанных на локальных невязках. Все многомасштабные базисные функции связаные и учитывают переток между континуумами. Приводятся численные результаты для двумерной задачи, а относительные ошибки между многомасштабными и эталонными решениями рассчитываются для различного количества многомасштабных базисных функций для проверки результатов. Также обсуждается влияние онлайн базисов на точность алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского научного фонда № 23-71-30013

МНОГОМАСШТАБНЫЙ МЕТОД С ЯВНО-НЕЯВНОЙ СХЕМОЙ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

Степанов С. П.[1], Никифоров Д. Я.[1]

[1]*Северо-Восточный федеральный университет, Якутск, Россия;* cepe2a@inbox.ru

В данной работе представлен метод решения задачи теплопередачи с учетом фазовых переходов в пористых средах на основе бессеточного обобщенного многомасштабного метода конечных элементов (Meshfree GMsFEM) с явно-неявной схемой по времени. Основное внимание уделено гибридному подходу, использующему частичное обучение. Нейронная сеть обучается для генерации значений температуры в определенных узлах на каждом временном слое, тогда как значения решения в оставшихся узлах вычисляются явной временной схемой. Такой подход позволяет эффективно обрабатывать сложные гетерогенные среды с трещинами и высококонтрастными особенностями. Представленные численные результаты подтверждают эффективность предложенного метода при решении двумерной задачи теплопередачи с использованием тепловых стабилизаторов.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-71-10074 (https://rscf.ru/en/project/23-71-10074/).

РАЗРЕШИМОСТЬ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА

Федоров В. Е.[1], Ефимова Е. С.[2]

[1]*НИИ математики Северо-Восточного федерального университета имени М.К.Аммосова, Якутск, Россия;* vefedorov58@mail.ru

[2]*Северо-Восточный федеральный университет имени М.К.Аммосова, Якутск, Россия;* oslame@mail.ru

Доклад посвящен исследованию краевой задачи с интегральным граничным условием по времени для уравнения смешанного типа второго порядка. Заменой искомой функции исходная задача сводится к задаче с локальными краевыми условиями для интегро-дифференциального уравнения. Разрешимость этой вспомогательной задачи доказывается методом последовательных приближений. Для обеих задач получены оценки сходимости приближенных решений к точному решению.

В работе [1] для уравнения смешанного типа второго порядка рассмотрена локальная краевая задача, а в [2] исследована краевая задача с интегральным граничным условием по времени для уравнения нечетного порядка с меняющимся направлением по времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артюшин А. Н.* Краевая задача для уравнения смешанного типа в цилиндрической области // Сиб. мат. журн. 2019, Т. 60(2). С. 274–289.
2. *Егоров И. Е., Ефимова Е. С.* О разрешимости краевой задачи с интегральным граничным условием по времени для уравнения нечетного порядка с меняющимся направлением времени // Мат. заметки СВФУ, 2019, Т. 26(1), С. 6–13.

ПЕРЕХОДЫ К НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Цыпкин Г.Г.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия; tsypkin@ipmnet.ru

Интерес исследования устойчивости течений в пористых средах вызван большим количеством приложений к задачам вытеснения нефти из пласта [1], течениям растворов в почвах и грунтах [2], эксплуатацией геотермальных резервуаров, добычей полезных ископаемых и т.д. Методом нормальных мод исследована устойчивость ряда фильтрационных течений и представлены типы возможных переходов к неустойчивости. Найдено, что для выбранного течения и соответствующего ему дисперсионного уравнения, тип перехода к неустойчивости может зависеть от выбора параметра, изменения которого приводят к неустойчивости поверхности раздела. Было получено, что переход к неустойчивости может реализовываться при различных значениях волновых чисел: конечных [3,4], бесконечных [3-5], нулевых [3,4], а также возможен переход к неустойчивости одновременно при всех значениях волнового числа [1,5].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 24-11-00222

ЛИТЕРАТУРА

1. *Saffman P.G., Taylor G.* The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell con1taining a more viscous liquid // Proc. R. Soc. Lond. A. 1958, V. 245(1242). P. 312–329.
2. *Shokri-Kuehni S.M.S., Raaijmakers B., Kurz T., et al.* Water table depth and soil salinization: from pore-scale processes to field-scale responses // Water Res. Res. 2020, V. 56(2). P. e2019WR026707
3. *Tsypkin G.G., Il'ichev A.T.* Gravitational stability of the water-vapor phase transition interface in geothermal systems // Transp. Porous Media. 2004, V. 55. P. 183–199.
4. *Цыпкин Г.Г.* Об устойчивости поверхностей испарения и конденсации в пористой среде // Изв. РАН. МЖГ. 2017, Т. 6. С. 70–78.
5. *Khan Z. H., Pritchard D.* Liquid–vapour fronts in porous media: Multiplicity and stability of front positions // Int. J. Heat Mass Transfer. 2013, V. 61. P. 1–17.

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Четверушкин Б.Н.[1], Луцкий А.Е., Шильников Е.В.
[1]*Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Россия*
office@keldysh.ru

Кинетическая модель, ранее предложенная для вывода квазигазодинамической системы уравнений, применяется для построения дополнительных уравнений для описания пульсационных турбулентных моментов. Построение модели проводится на примере пространственно двумерной модели для описания течения слабосжимаемого газа. Приводятся результаты расчетов двух турбулентных течений — слоя смешения и турбулентного потока в плоском канале.

СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫЕ ВЫЗОВЫ: ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТЬ, БАЛАНСИРОВКА НАГРУЗКИ, ИНФРАСТРУКТУРА

Якобовский М.В.
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия;
lira@imamod.ru

Современные методы проектирования новых технологий существенным образом опираются на широкое использование возможностей высокопроизводительной вычислительной техники, что влечёт за собой необходимость совершенствования алгоритмов и методов решения вычислительно-ёмких задач на современных и перспективных суперкомпьютерах. Проблема усугубляется необходимостью адаптации алгоритмов и программ к множеству типов вычислительных устройств и технологий объединения узлов в единое вычислительное поле с учётом обилия языков и инструментов проектирования программ для различных платформ. Отмеченная пестрота средств значительно ограничивает возможности прикладных специалистов в плане полноценного использования современных высокопроизводительных систем. Преодоление указанных проблем возможно на пути развития комплексных средств разработки параллельного программного обеспечения, создаваемых специалистами в области системного программного обеспечения в тесном взаимодействии со специалистами прикладных областей. Архитектура последовательных вычислительных систем архитектуры фон Неймана устоялась десятилетия назад, в отличие от архитектур параллельных вычислительных систем. Динамично развивающиеся параллельные архитектуры демонстрируют качественно новые свойства, от знания которых коренным образом зависит успех создания методов и суперкомпьютерных пакетов решения пилотных задач.

Расширение сети суперкомпьютерных центров различного уровня производительности обуславливает высокую актуальность развития возможностей интегрального использования их ресурсов. Обсуждаются функциональные возможности облачного сервиса, упрощающего использование распределённых суперкомпьютерных мощностей для выполнения длительных вычислительных экспериментов. Рассматриваются особенности численного моделирования на массивно-параллельных вычислительных системах с использованием локально-адаптивных расчётных сеток. Обсуждаются критерии и методы рациональной динамической декомпозиции регулярных и неструктурированных расчётных сеток. Современные вычислительные комплексы представляют собой полноценный объект для фундаментальных и прикладных исследований. Успех подобных исследований непосредственно зависит от доступности вычислительной инфраструктуры должного уровня производительности. Необходимо создание вычислительных суперкомпьютерных полигонов, доступность которых обеспечит возможность систематического комплексного развития алгоритмов и программ решения пилотных задач, требующих всё большей производительности.

О СВОЙСТВАХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТРАНСПОРНЫХ ПОТОКОВ

Яшина М. В.[1]
[1] *Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Москва, Россия;* yash-marina@yandex.ru

Исследуются свойства клеточных автоматов, которые используются при моделировании транспортных потоков как на локальном участке магистрали, так на транспортной сети. Модели трафика делятся на микроскопические, учитывающие взаимодействие последовательно движущихся автомобилей на расстоянии безопасности, и макроскопические, рассматривающие поток с позиций теории сплошной среды. Анализ и численное исследование сводят оба типа моделей к вычислениям на рассчетных сетках, при этом состояние системы фиксируется булевыми переменными. Поэтому актуальным является исследование свойств клеточных автоматов, в том числе так называемых элементарных клеточных автоматов в классификации С.Вольфрама. В работе [1] исследованы свойства клеточных автоматов, связанные с преобразованиями сопряжения или сочетания преобразований сопряжения и отражения. Развитие моделей трафика на сетях приводит к рассмотрению динамических систем на однопараметрических многообразиях, подчиненным некоторым правилам разрешения конфликтов. Подходы, развиваемые в концепции сетей Буслаева, в некоторых случаях также сводятся к вычислительным схемам, эквивалентным клеточным автоматам, [2]. Представлены методы анализа спектра скоростей клеточных автоматов как дискретных динамических систем в пространствах последовательностей с метрикой Хэминга.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kozlov V. V., Tatashev A. G., Yashina M. V.* Elementary Cellular Automata as Invariant under Conjugation Transformation or Combination of Conjugation and Reflection Transformations, and Applications to Traffic Modeling.// Mathematics. 2022, V. 10(19). P. 3541.
2. *Tatashev A. G., Yashina M. V.* Spectrum of elementary cellular automata and closed chains of contours.//Machines, 2019, V. 7(2), P. 28.

MULTICONTINUUM INVERSION FOR MULTISCALE PROBLEMS

Ammosov D. A.[1], Grigoriev V. V.[1], Stepanov S. P[1].

[1] *North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia;* v.v.grigoriev@s-vfu.ru

Determining multiscale properties of the media is a challenging task because the observables often are of macroscopic nature, e.g., production data in porous heterogeneous flows [1]. In this work, we propose a new approach for determining effective properties for multicontinuum models that arise in multiscale problems. Multicontinuum models use multiple macroscopic parameters in each coarse grid block for accurate prediction. Each macroscopic variable is associated with a local constraint problem for the averages. By changing the number of continua, one can achieve a better accuracy, while having continuous coarse-scale quantities (with physical meaning), such as solutions and effective properties. As a result, we can perform inversion on a coarse grid using smoothing constraints. In our approach, we transform the problem of computing into a parameter identification problem and determining the macroscopic model representing the underlying multiscale problem. We use an optimization approach called an Artificial Bee Colony algorithm for parameter identification [2]. As an example, we consider a dual continuum model. We propose a regular algorithm with fixed weight coefficients of smoothing constraints and a balanced algorithm in which the weight coefficients are updated to keep the objective function members balanced. To verify the proposed approaches, we consider two types of heterogeneous media. We consider model problems with zero and non-zero sources in each media type. Both proposed algorithms can efficiently identify the effective properties of the multicontinuum model for the considered heterogeneous media.

REFERENCES

1. *Frederick C., Engquist B.* Numerical methods for multiscale inverse problems // Communications in Mathematical Sciences, 2017, V. 15(2), P. 305–328.
2. *Karaboga D., Basturk B.* On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm // Applied Soft Computing, 2008, V. 8(1), P. 687–697.

A NOVEL COLOR FACE RECOGNITION AND RECONSTRUCTION SCHEME BASED ON SPLIT QUATERNION PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS

Zhenwei Guo[1], V. I. Vasil'ev[1], Tongsong Jiang[1,2]

[1] *North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia;*

[2] *Linyi University, Linyi Shandong, P. R. China;*

guozhenweilcu@163.com

Principal component analysis (PCA) [1], as an effective data dimensionality reduction scheme, plays an important role in the fields of image processing, machine learning, and other complex data analysis. However, this scheme can only be effectively used for grayscale image processing. To overcome this limitation, color principal component analysis (CPCA) [2] and quaternion principal component analysis (QPCA) [3] have been successively proposed for color image processing. In this report, a split quaternion principal component analysis (SQPCA) scheme is established by the real representation of a split quaternion matrix, which is effectively used for color face recognition and reconstruction. The experimental results show that, compared with PCA, CPCA, and QPCA, our proposed scheme not only better preserves the intrinsic connection among the red, green, and blue color channels but also has higher recognition accuracy, a clearer reconstructed image, and achieves the goal of data dimensionality reduction effectively.

The work is supported by the Ministry of science and higher education of the Russian Federation, agreement No. 075-02-2024-1441, February 28, 2024, the Russian Science Foundation grant (No. 23-71-30013), and the Chinese Government Scholarship (CSC.202108370087).

REFERENCES

1. *Turk M., Pentland. A.* Eigenfaces for recognition // Journal of cognitive neuroscience. 1991, V. 3(1), P. 71–86.
2. *Xiang X., Yang J., Chen Q.* Color face recognition by PCA-like approach // Neurocomputing. 2015, V. 152. P. 231–235.
3. *Zeng R., Wu J., Shao Z., Chen Y., Chen B., Senhadji L., Shu H.* Color image classification via quaternion principal component analysis network // Neurocomputing. 2016, V. 216. P. 416–428.

NUMERICAL DISCRETIZATION OF A DARCY-FORCHHEIMER FLOW WITH VARIABLE DENSITY AND HEAT TRANSFER

Jian Huang

Xiangtan University National Center for Applied Mathematics in Hunan, China;

In this talk, I shall introduce a heat transfer scenario in Darcy-Forchheimer porous media with variable density. The block-centered finite difference method is applied to discretize the non-isothermal flow equations governing the system. Specifically, the pressure field is modeled using the nonlinear Darcy-Forchheimer formulation, while the equations for density and temperature are treated via the characteristic method. Theoretical analyses are rigorously developed for pressure, velocity, density, temperature, and auxiliary flux across non-uniform grids. Several numerical experiments are carried out to illustrate the merits of our method with results compared to available analytical and numerical solutions.

ALGEBRAIC ALGORITHMS FOR FOUR-DIMENSIONAL ALGEBRA MATRIX MODELS AND APPLICATIONS

Tongsong Jiang
School of Mathematics and Statistics, Linyi University, P.R.China;
School of Electronic Information, Shandong Xiandai University, P.R. China
jiangtongsong@sina.com

Firstly, this talk gives the concepts of several types of quaternions, lists the representation forms and operation rules of the corresponding quaternions, and makes it clear that all the above quaternions are extensions of complex numbers or real numbers. Secondly, several important matrix algebra theorems and computation methods for quaternion matrices are listed, such as generalized inverse, singular value decomposition, eigenvalue and least squares problems, etc. In addition, the real (complex) representation ideas and techniques for dealing with quaternion matrix problems are given. Again, based on the real representations and complex representations above, the work and research results done by our research team in the area of quaternion matrix computational methods and applications are presented. Finally, future research directions and corresponding problems in quaternion matrix computation and its applications are proposed.

MULTISCALE MODEL REDUCTION FOR THE TIME FRACTIONAL THERMOPOROELASTICITY PROBLEM IN FRACTURED AND HETEROGENEOUS MEDIA

Tyrylgin A. A.[1,3], Huiran B.[2], Alikhanov A. A.[3], Jian H.[2], Yin Y.[2]
[1]*North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia;* aa.tyrylgin@mail.ru
[2] *School of Mathematics and Computational Science, Xiangtan University, National Center for Applied Mathematics in Hunan and Hunan Key Laboratory for Computation and Simulation in Science and Engineering, Xiangtan, China;*
[3]*North-Caucasus Center for Mathematical Research, North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russia;*

In this paper, we consider the time fractional thermoporoelasticity problem in fractured and heterogeneous media [1]. The mathematical model with a time memory formalism is described by a coupled system of equations for pressure, temperature and displacements. We use an implicit finite difference approximation for temporal discretization. We present a fine grid approximation based on the finite element method and Discrete Fracture Model (DFM) for two-dimensional model problems. Further, we use the Generalized Multiscale Finite Element Method (GMsFEM) for coarse grid approximation. The primary concept behind the proposed method is to streamline the complexity inherent in the thermoporoelasticity problem. Given that our model equation incorporates multiple fractional powers, leading to multiple unknowns with memory effects, we aim to address this intricacy by optimizing the problem's dimensionality [2]. As a result, the solution is sought on a coarse grid, a strategic choice that not only simplifies the computational cost but also contributes to significant time savings. We present numerical results for the two-dimensional model problems in heterogeneous fractured porous media. We derive relative errors between the reference fine grid solution and the multiscale solution for different numbers of multiscale basis functions. The results confirm that the proposed method is able to achieve good accuracy with a few degrees of freedoms on the coarse grid.

REFERENCES

1. *Ammosov D. A., Vasilyeva M. V., Chung E. T.* Generalized multiscale finite element method for thermoporoelasticity problems in heterogeneous and fractured media. // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2022, V. 407. P. 113995.
2. *Du J., Alikhanov A. A., Sun Z. Z.* Temporal second order difference schemes for the multi-dimensional variable-order time fractional sub-diffusion equations // Computers & Mathematics with Applications. 2020, V. 25(5), P. 2952-2972.

COLOR IMAGE WATERMARKING SCHEME BASED ON SINGULAR VALUE DECOMPOSITION OF SPLIT QUATERNION MATRICES

Gang Wang[1], V. I. Vasil'ev[1], Tongsong Jiang[1,2]

[1]*Institute of Mathematics and Information Science, North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia*

[2]*School of Mathematics and Statistics, Linyi University, Linyi Shandong, P. R. China*

wang_gang93@163.com

With the rapid development of computer and network technology, digital image and video products increasingly need an effective copyright protection method. In addition, the information security of the communication system in the network environment is also increasingly exposed. Digital image watermarking technology provides a potential solution to the above problem. As there is a strong spectral link among the three channels of a color image, a color image model based on 4D algebra ensures an intrinsic link among the channels and creates a new approach for color watermark embedding and extraction.

In this talk, we present a color watermarking scheme based on the singular value decomposition of split quaternion matrices (SVDSQ) with block scrambling. Compared with quaternion SVD and real SVD, SVDSQ has a certain time advantage and a smaller reconstruction error property. As a result, the color watermarking scheme we build not only inherits the structural advantages of the 4D algebraic model but also offers greater robustness and security than several recently proposed color watermarking schemes.

This work is supported by the Russian Science Foundation under Grant 23-41-00037 and the Chinese Government Scholarship under Grant CSC. 202008370340.

ON SINGULAR VALUE DECOMPOSITION AND GENERALIZED INVERSE OF A COMMUTATIVE QUATERNION MATRIX AND APPLICATIONS

Dong Zhang[1], V. I. Vasil'ev[1], Tongsong Jiang[1,2]

[1]*Institute of Mathematics and Information Science, North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia*

[2]*School of Mathematics and Statistics, Linyi University, Linyi Shandong, P. R. China*
dz_zhangdong@sina.com

Unlike quaternions and split quaternions, commutative quaternions satisfy the multiplication commutative rule and are commonly used in signal and image processing, face recognition, Hopfield neural networks, and other fields. In this talk, by means of a complex representation of a commutative quaternion matrix, we study the singular value decomposition and the generalized inverse problems of a commutative quaternion matrix, and give corresponding theorems and algorithms.

In addition, based on the singular value decomposition and the generalized inverse of a commutative quaternion matrix, we give numerical experiments for solving the least squares problem, the color image compression problem and the color image watermarking problem. Numerical experiments illustrate the effectiveness and reliability of the proposed algorithms.

The research of D. Zhang is supported by the Russian Science Foundation grant (23-71-30013) and the Chinese Government Scholarship (CSC No. 202108370086).

ЛЕКТОРЫ

1. Афанасьев Андрей Александрович, член-корреспондент РАН, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского института механики МГУ им. М.В. Ломоносова;
2. Беляев Алексей Юрьевич, д.ф.-м.н., профессор, ведущий научный сотрудник Института водных проблем РАН;
3. Вабищевич Петр Николаевич, д.ф.-м.н., профессор, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова;
4. Василевский Юрий Викторович, член-корреспондент РАН, заместитель директора Института вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН;
5. Васильев Василий Иванович, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой Института математики и информатики Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова;
6. Головизнин Василий Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова;
7. Ильичев Андрей Теймуразович, д.ф.-м.н., профессор, ведущий научный сотрудник Математического института им. В.А. Стеклова РАН;
8. Кабанихин Сергей Игоревич, член-корреспондент РАН, заведующий лабораторией Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН;
9. Карчевский Андрей Леонидович, профессор РАН, ведущий научный сотрудник Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН
10. Лаевский Юрий Миронович, профессор, заведующий лабораторией Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
11. Лазарев Нюргун Петрович, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник Научно-исследовательского института математики
12. Лазарева Галина Геннадьевна, член-корреспондент РАН, профессор Математического института имени С.М. Никольского Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов»;
13. Марченко Михаил Александрович, д.ф.-м.н., профессор РАН, директора по науке Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
14. Муравлева Екатерина Анатольевна, кандидат физико-математических наук, профессор Сколковского Института науки и технологий;
15. Осипов Владимир Петрович, к.т.н., ведущий научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН;
16. Пененко Алексей Владимиирович, д.ф.-м.н., заместитель директора по науке Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
17. Попова Татьяна Семеновна, д.ф.-м.н., профессор Института математики и информатики Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова
18. Пятков Сергей Григорьевич, д.ф.-м.н., профессор, профессор Инженерной школы цифровых технологий Югорского государственного университета;
19. Цыпкин Георгий Геннадьевич, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

20. Четверушкин Борис Николаевич, академик РАН, научный руководитель Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН;
21. Шайдуров Владимир Викторович, член-корреспондент РАН, директор Института вычислительного моделирования СО РАН;
22. Широков Дмитрий Сергеевич, д.ф.-м.н., доцент, старший научный сотрудник Высшей школы экономики (НИУ);
23. Шишленин Максим Александрович, д.ф.-м.н., заведующий лабораторией обратных задач естествознания Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
24. Якобовский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, заместитель директора по научной работе Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН;
25. Яшина Марина Викторовна, д.т.н., заведующий кафедрой Высшей математики МАДГТУ;
26. Jian Huang, профессор, профессор Сяньтанский университет, Китай;
27. Jiang Tongsong, профессор, профессор Linyi University, Shandong Xiandai University, Китай.

УЧАСТНИКИ (МОЛОДЫЕ УЧЕНЫЕ)

1. Алексеев Валентин Николаевич — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;
2. Аммосов Альберт Владимирович — ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова;
3. Аммосов Дмитрий Андреевич — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;
4. Григорьев Василий Васильевич — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;
5. Евсеев Федор Александрович — Югорский государственный университет;
6. Иванов Дьулус Харлампьевич — ЯО РНОМЦ «Дальневосточный центр математических исследований»;
7. Ильина Кюнней Павловна — кафедра «Вычислительные технологии», Северо-Восточный Федеральный университет;
8. Калачикова Уйгулаана Семеновна — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;
9. Карандеев Александр Андреевич — Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН;
10. Корниевский Александр Сергеевич — Лаборатория «Многомасштабное математическое моделирование и вычислительные техноголии», Северо-Восточный Федеральный университет;
11. Неустроева Любовь Владимировна — Югорский государственный университет;
12. Никифоров Дьулустан Яковлевич — ЯО РНОМЦ «Дальневосточный центр математических исследований»;
13. Потапков Алексей Александрович — Югорский государственный университет;
14. Сивцева Вера Ильинична — Лаборатория «Многомасштабное математическое моделирование и вычислительные техноголии», Северо-Восточный Федеральный университет;
15. Спиридонов Денис Алексеевич — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;
16. Степанов Сергей Павлович — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;
17. Тырылгин Алексей Афанасьевич — Лаборатория «Вычислительные технологии моделирования многофизичных и многомасштабных процессов криолитозоны», Северо-Восточный Федеральный университет;

18. Zhenwei Guo — Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова;
19. Gang Wang — Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова;
20. Dong Zhang — Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова.